

## Evolution Ascendante d'un Fluide Newtonien en Présence d'un Cylindre Homogène Chauffé

Zohra Ouchiha \*, Abderrahmane Ghezal \* et Jean Claude Loraud \*\*

\* Institut de physique, U. S. T. H. B, B. P 32, El Alia, Bab Ezzouar 16111, Algerie

\*\* Inst. Univ. des sys. Ther. Ind., 5 rue Enrico Fermi 13453 Marseille Cedex 13 -France-

**Résumé** – Dans le cadre de cette étude on est confronté à une des situations complexes qui sont rencontrées dans le cas ou le problème physique traité fait appel à deux milieux différents qui sont en influence mutuelle. On suggère un traitement numérique par des méthodes aux différences finies de Crank-Nicolson pour la résolution du problème relatif à un écoulement laminaire instationnaire d'un fluide Newtonien en présence d'un obstacle cylindrique homogène chauffé. Le fluide est injecté dans une conduite verticale présentant un évasement à l'entrée. L'interaction entre le solide et le fluide en évolution ascendante est étudiée pour différentes valeurs du nombre de Reynolds et pour un rapport des conductivités thermiques  $\lambda_s/\lambda_f=10^{-2}$ .

**Abstract** – In the context of this survey we are confronted to one of the complex situations that are met in the case were the treated physical problem concern two different media which are in mutual influence. We suggest a numerical resolution by the Crank-Nicolson finite difference methods for resolving the problem relative to an unsteady laminar flow of the Newtonian fluid in presence of an homogeneous cylindrical heated obstacle. The fluid is injected in a vertical duct that presenting an expansion at the entrance. The interaction between the solid and the fluid in upward evolution is studied for different values of the Reynolds number and for the thermal conductivity ratio  $\lambda_s/\lambda_f=10^{-2}$ .

**Mots clés** : Ecoulement - Conduite - Laminaire - Instationnaire - Obstacle - Evasement.

### 1. INTRODUCTION

Les écoulements dans des conduites avec évasement sont traités dans de multiples domaines des vastes applications industrielles. Ces singularités interviennent durant le transport dans des réseaux de conduites qui comportent des vannes et des élargissements. Malgré un comportement très complexe à cause de l'interaction entre le jet et la région de recirculation ces écoulements demeurent intéressants pour comprendre et cerner le problème des zones de confinement du fluide qui peuvent entraîner l'altération de sa qualité ou la détérioration du matériau qui s'y trouve. On relève, parmi les recherches effectuées dans ce domaine, l'étude de Abbot et Kline [1], le travail de Morihara sur la résolution des équations de Navier-Stokes d'un écoulement laminaire dans un canal plan avec une expansion brusque à l'entrée et également le travail de P. J. Oliveira et al [2] sur le coefficient de chute de pression d'un écoulement Newtonien axisymétrique avec évasement. Dans notre cas, la subdivision de l'écoulement principal autour d'un élément cylindrique chauffant de faible conductivité thermique, entraîne d'autres commentaires sur le comportement dynamique et thermique de ce fluide dans le champ de pesanteur. Ce type d'interactions a déjà attiré l'attention de E.R.G. Eckert et al [3] dans l'étude du chauffage visqueux d'un cylindre par un fluide Newtonien et de A. Ghezal et al [4] sur la modélisation du transfert de chaleur entre un obstacle en mouvement hélicoïdal et un écoulement de fluide confiné. On aborde dans ce travail, la résolution numérique des équations de Navier-Stokes, l'équation de continuité et les équations de l'énergie dans le fluide incompressible par un schéma semi implicite aux différences finies de Crank-Nicolson qui sont inconditionnellement stables. Le maillage est de type M. A. C

introduit par Harlow et Welch, [5] et l'équation de la chaleur dans l'obstacle est traitée par la méthode A. D. I. Le fluide ascendant est injecté dans la conduite à travers un orifice d'entrée de rayon ,  $r_e$ , inférieur à celui de la conduite,  $R$ , et à la température  $T_0 = 300k$ .

## 2. EQUATIONS DU MOUVEMENT ET CONDITIONS AUX LIMITES

On se propose d'étudier le mouvement instationnaire d'un fluide Newtonien incompressible dans une conduite cylindrique verticale qui présente un évasement à l'entrée. Dans le champ de pesanteur, le fluide supposé axisymétrique évolue dans un système de coordonnées  $(r, z)$  et à une distance  $z_0$ , cet écoulement contourne un cylindre homogène disposé verticalement sur l'axe de symétrie (fig. 1). Cet obstacle dont l'axe coïncide avec l'axe de la conduite est un élément chauffant de température initiale  $T_s = 400k$ . L'interaction entre le fluide et l'obstacle apparaît dans le traitement des conditions aux limites à l'interface fluide - solide.

### 2.1. Equations du mouvement

Les équations du système sont adimensionnalisées grâce aux variables réduites formulées par rapport à des grandeurs de référence représentant la vitesse d'entrée  $w_e$ , une longueur  $a = 2R'$  et la température initiale  $T_0$ .

Les variables  $U'$ ,  $W'$ ,  $\Pi'$  et  $T$  sont remplacées par les variables adimensionnelles  $U$ ,  $W$ ,  $\Pi$ , et  $\Theta$  qui sont définies sous les formes suivantes:

$$\begin{aligned} U &= \frac{U'}{W_e} & W &= \frac{W'}{W_e} \\ r &= \frac{r'}{a} & z &= \frac{z'}{a} \\ \Pi &= \frac{\Pi'}{rW_e^2} & \Theta &= \frac{T - T_0}{T_0} \end{aligned}$$

**1. Milieu fluide:** Les équations de continuité, de mouvement et d'énergie du fluide s'écrivent de la manière suivante:

$$\nabla \cdot U = 0. \tag{1}$$

$$\frac{\partial U}{\partial t} + U \cdot (\nabla U) = -\nabla \Pi + \frac{1}{Re} \nabla^2 U - \frac{n_z}{Fr} \tag{2}$$

( $n_z$  :est un vecteur unité suivant z)

$$\frac{\partial \Theta_f}{\partial t} + (U \cdot \nabla \Theta_f) = \frac{1}{Pr Re} \nabla^2 \Theta_f \tag{3}$$

**2. Milieu solide:** L'équation de fourrier dans le solide est :

$$\frac{\partial \Theta_s}{\partial t} = a \nabla^2 \Theta_s \tag{4}$$

## 2. 2. Conditions initiales et aux limites

La symétrie du problème, pas de variations suivant la coordonnée azimutale, limite le domaine d'étude aux coordonnées cylindriques  $(r, z)$  du domaine composé d'un sous-domaine fluide et d'un sous-domaine solide, (fig. 1).

- à l'instant  $t = 0$ :

$$\text{Dans tout le domaine fluide: } U(r, z, 0) = W(r, z, 0) = \Pi(r, z, 0) = \Theta_f(r, z, 0) = 0$$

$$\text{Dans le solide: } \Theta_s(r, z, 0) = 0. \quad 333$$

- - à l'instant  $t > 0$ :  $0 \leq r \leq r_e$ :  $U(r, 0, t) = 0$   $W(r, 0, t) = 1$   $\Theta_f(r, 0, t) = 0$

-  $r_e < r < R$ :  $U(r, 0, t) = W(r, 0, t) = 0$  et  $\frac{\int \Theta_f(r, 0, t)}{\int z} = 0$

-  $r = R$  et  $0 \leq z \leq L$ :  $U(R, z, t) = W(R, z, t) = 0$  et  $\frac{\int \Theta_f(R, z, t)}{\int r} = 0$

- Sur toute la paroi de l'obstacle:  $U(r, z, t) = W(r, z, t) = 0$  et

$$I_f \frac{\int \Theta_f(r, z, t)}{\int n} = I_s \frac{\int \Theta_s(r, z, t)}{\int n}$$

-  $r_p < r < R, z = L$ :  $\frac{\int U(r, L, t)}{\int z} = \frac{\int W(r, L, t)}{\int z} = \frac{\int \Theta_f(r, L, t)}{\int z} = 0$

-  $r = 0$   $0 \leq z < z_p$   $U(0, z, t) = 0$  et  $\frac{\int W(0, z, t)}{\int r} = \frac{\int \Theta_f(0, z, t)}{\int r} = 0$

-  $r = r_p$   $z_p < z \leq L$ :  $U(r_p, z, t) = W(r_p, z, t) = 0$   $\frac{\int \Theta_f(r_p, z, t)}{\int r} = cste$  (flux constant)

-  $r = 0$  et  $z_p < z < L$ :  $\frac{\int \Theta_s(0, z, t)}{\int r} = 0$

-  $0 \leq r \leq r_p$  et  $z = L$ :  $\frac{\partial \Theta_s(r, L, t)}{\partial z} = 0$

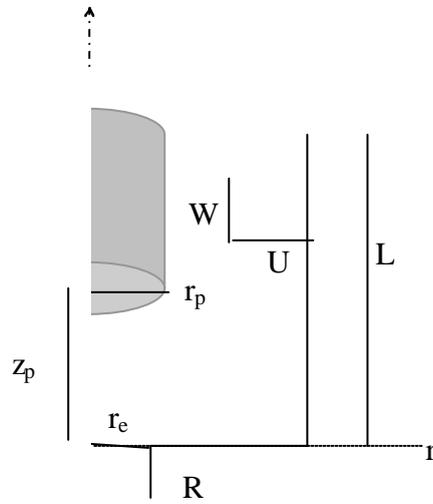


Fig. 1: Configuration de la géométrie de l'écoulement

### 3. MODELISATION NUMERIQUE

Le schéma aux différences finies utilisé pour résoudre le problème physique développé précédemment est de type Cranc-Nicholson. Les dérivées spatiales sont approchées par des différences centrées du second ordre à l'exception des dérivées relatives aux termes convectifs dans l'équation de l'énergie, elles sont discrétisées par un schéma aux différences qui est précis à l'ordre quatre. Le choix de ce dernier est motivé par le soucis de minimiser les erreurs de troncature qui accompagnent les termes convectifs en comparaison avec les termes de diffusion. Le maillage adopté est celui de M.A.C. qui représente un domaine de discrétisation divisé en mailles carrées (i, j) d'arêtes h (voir figure 2). Les variables (U, W) sont disposées au milieu des arêtes verticales et horizontales respectivement,  $\Pi$  occupe le centre de la maille et les températures  $\Theta_f$  (r, z, t) sont disposées aux angles  $\pm 1/2$ ,  $\pm 1/2$  de chaque maille carrée.

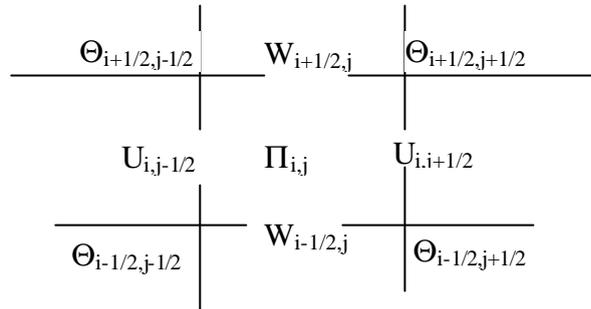


Fig. 2: Cellule de M.A.C.

Les équations aux différences finies sont symbolisées par les éléments

$$L_u(U, W, \Pi) = 0, L_w(U, W, \Pi) = 0, L_\Theta(U, W, \Theta) = 0, D(U, W) = 0.$$

Ils représentent les deux équations du mouvement, l'équation de l'énergie et l'équation de continuité dans l'ordre. La procédure itérative de résolution est basée sur la perturbation de l'équation de continuité par l'introduction d'une compressibilité artificielle et elle est caractérisée par un coefficient  $\nu$  tel que

$$U^{v+1} - U^v + b L_u(U^v, W^v, \Pi^v) = 0$$

$$W^{v+1} - W^v + b L_w(U^{v+1}, W^v, \Pi^v) = 0$$

$$\Theta^{v+1} - \Theta^v + b L_\Theta(U^{v+1}, W^{v+1}, \Theta^v) = 0$$

$$\Pi^{v+1} - \Pi^v + c D(U^{v+1}, W^{v+1}) = 0$$

Les valeurs des paramètres  $b$  et  $c$  doivent vérifier la convergence du système itératif. Les conditions nécessaires à la convergence sont déterminées par une étude de la stabilité du schéma précédent. Pour cela on choisit  $b \approx h^2$  et on néglige les termes convectifs. Les conditions de convergence sont alors :

$$c = \frac{h^2}{2b} - \left( \frac{1}{R_e} + \frac{h^2}{4\Delta t} \right)$$

avec  $b > 0, c > 0 \quad \frac{h^2}{b} > \left( \frac{2}{R_e} + \frac{h^2}{2\Delta t} \right)$

( $\Delta t$  est le pas temporel)

La discrétisation du système global des équations du mouvement, de continuité et de l'énergie donne un schéma numérique à caractère implicite qui est incondtionnellement stable. La procédure numérique pour le traitement repose essentiellement sur les points suivants :

- i. La résolution par une méthode itérative selon la technique de Gauss- Seidel.
- ii. Chaque équation dépend d'un paramètre constant, b ou c, dont la valeur optimale est définie par des tests numériques et les conditions nécessaires de convergence sont déterminées après étude de la stabilité du schéma.
- iii. La convergence de la méthode itérative dépend d'une quantité  $\varepsilon$  qui doit vérifier

$$\max ( [|L_u|, |L_w|, |L_\theta|, |D| ]) < \varepsilon$$

La valeur de  $\varepsilon$  est de l'ordre de  $3 \times 10^{-3}$  à  $4 \times 10^{-3}$  selon le cas considéré.

Cette méthode possède d'énormes avantages dus à la forme explicite de la dépendance de la pression avec le temps. Ces avantages sont résumés dans ce qui suit:

- Les conditions aux limites sur la pression ne sont pas nécessaires.
- La satisfaction de l'équation de continuité à chaque itération n'est pas nécessaire
- L'introduction d'une dérivée temporelle de la pression rend possible la résolution des équations stationnaires de Navier-Stokes par une méthode instationnaire.

Dans le solide on a utilisé la méthode A.D.I. pour modéliser l'équation de la chaleur et le système algébrique obtenu est tridiagonal et il est résolu simplement par l'algorithme de Thomas. Cette méthode est précise à l'ordre deux dans l'espace et dans le temps et elle est stable sans conditions. Le maillage est régulier et constitué de mailles rectangulaires de côté  $\Delta r$  et  $\Delta z$ . La méthode de calcul requiert l'existence d'un même nombre de points sur toutes les lignes verticales du domaine de calcul et on a opté pour un maillage qui n'influence pas les valeurs de la température à l'intérieur du solide. En effet, ce travail donne suite au travail de A. Ghezal [4] dans lequel le solide était de forme cylindro-conique de sorte que les gradients de température sont concentrés à l'intérieur du domaine conique seul. Le programme de calcul a été adapté pour notre cas et les résultats obtenus pour les températures n'affichent pas des variations perceptibles de la température à l'intérieur de l'obstacle limité à la partie cylindrique.

#### 4. DENSITE DU MAILLAGE

Pour étudier l'influence du maillage sur les résultats on a procédé au choix de deux pas de discrétisation qui correspondent aux nombres de nœuds suivants: (17x33) et (33x65) suivant les directions r et z.

La Figure 3 représente l'évolution du profil radial de la composante axiale de la vitesse à trois positions différentes. La première,  $z = 0.75$ , correspond à la région entre l'orifice et le cylindre, la deuxième ( $z = 1.53125$ ) correspond au début de la zone annulaire, et la troisième ( $z = 1.906125$ ) correspond à la sortie de la conduite. On remarque que ces profils représentent une grande similitude entre eux et que l'écart relatif entre les valeurs est de l'ordre de 7 % . Cela justifie l'utilisation du premier maillage qui est moins dense, ce qui permet la réduction du temps machine. En plus ce maillage permet l'utilisation du schéma numérique même à des valeurs du nombre de Reynolds inférieures à 50.

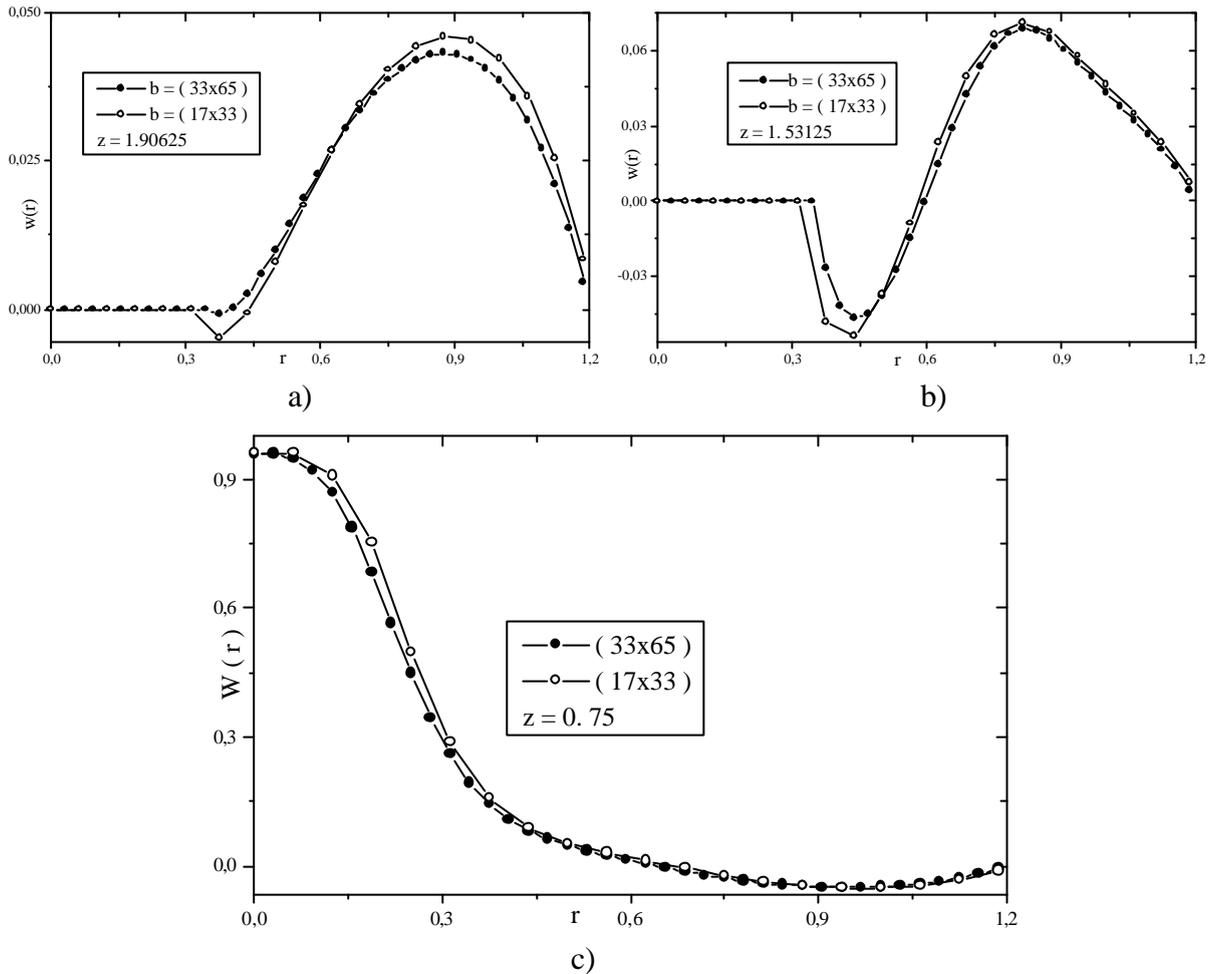


Fig. 3: Evolution radiale de la composante axiale de la vitesse pour différents maillages, ( $Re = 250$  et  $t = t_5$ )

## 5. RESULTATS

La résolution de l'équation de l'énergie dans le milieu fluide met en exergue les échanges thermiques qui se produisent ainsi que l'influence du module porté à la température de 400k. Des gradients thermiques au contact de cet obstacle se manifestent aussi bien à l'amont que sur ses parois latérales. Celui-ci est d'ailleurs entouré perpendiculairement à ses parois, d'une structure d'isothermes d'intensité décroissante de la paroi chauffée vers le fluide. La Figure 4 illustre les échanges thermiques au niveau de la paroi à travers les variations du nombre de Nusselt.

L'évolution du régime thermique est présentée sur la Figure 5 à des instants différents allant de  $t = t_1 = 1.3125$ ,  $t_2 = 3.3829$  à  $t_3 = 5.375$  et pour à deux valeurs distinctes du nombre de Reynolds,  $Re = 150$  et  $Re = 250$ . Cette Figure, on remarque une détérioration du phénomène de propagation de la chaleur vers les parois adiabatiques externes de la conduite. Cependant, ces gradients thermiques s'étalent jusqu'à occuper quasiment la moitié du domaine où l'écoulement est annulaire et les variations de la température  $y$  sont uniaxiales (suivant  $r$ ). Dans la région intermédiaire de la zone où l'écoulement se subdivise,  $0.75 < z < 1.55$  et  $0.55 < r < 1$ , les gradients ne sont pas uniaxiaux mais ils représentent des isothermes déformées par l'encoignure de l'obstacle. Pour des nombres de  $Re$  décroissants les échanges thermiques sont plus expansifs et les gradients de température touchent alors un plus grand

domaine de fluide. D'ailleurs lorsque le nombre de Reynolds augmente les gradients deviennent importants et les isothermes plus resserrées.

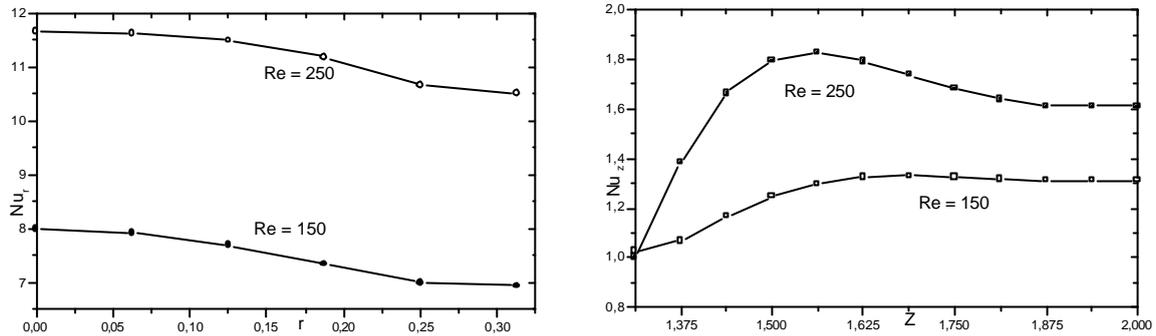


Fig. 4: Variations du nombre de Nusselt le long des parois de l'obstacle :  
à gauche  $0 < r \leq r_p$  et  $z = z_p$ , à droite  $z_p < z \leq L$  et  $r = r_p$  ( $t = t_3$ )

L'évolution du régime thermique est présentée sur la Figure 5 à des instants différents allant de  $t = t_1 = 1.3125$ ,  $t_2 = 3.3829$  à  $t_3 = 5.375$  et pour à deux valeurs distinctes du nombre de Reynolds,  $Re = 150$  et  $Re = 250$ . Cette Figure, on remarque une détérioration du phénomène de propagation de la chaleur vers les parois adiabatiques externes de la conduite.

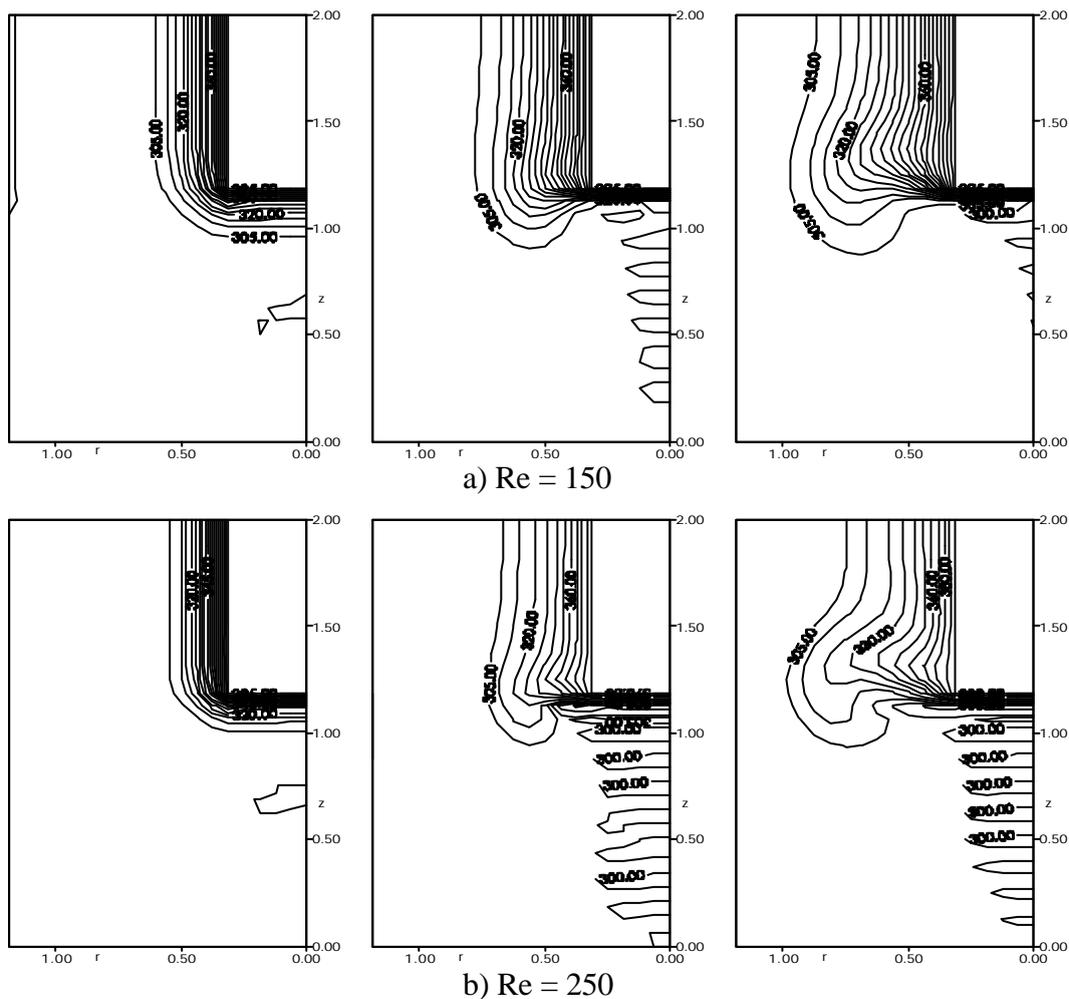


Fig. 5: Isothermes à différents instants, de gauche à droite  $t = t_1$ ,  $t = t_2$  et  $t = t_3$ .

Cependant, ces gradients thermiques s'étalent jusqu'à occuper quasiment la moitié du domaine où l'écoulement est annulaire et les variations de la température  $y$  sont uniaxiales (suivant  $r$ ). Dans la région intermédiaire de la zone où l'écoulement se subdivise,  $0.75 < z < 1.55$  et  $0.55 < r < 1$ , les gradients ne sont pas uniaxiaux mais ils représentent des isothermes déformées par l'encoignure de l'obstacle. Pour des nombres de  $Re$  décroissants les échanges thermiques sont plus expansifs et les gradients de température touchent alors un plus grand domaine de fluide. D'ailleurs lorsque le nombre de Reynolds augmente les gradients deviennent importants et les isothermes plus resserrées.

Dans le but de mettre en exergue l'effet du temps sur le problème physique traité on a étudié pour  $Re = 250$  et une valeur de  $\lambda = 10^{-2}$  les variations des grandeurs physiques au cours du temps. La Figure 6 représente l'évolution de la température entre l'obstacle chauffé et la paroi adiabatique de la conduite pour trois instants différents  $t = t_5$  (5.375), 100 et 1000. Pour les même instants, le régime dynamique a tendance à se stabiliser et on n'a pas jugé utile de l représenter les différentes grandeurs dynamiques. A notre avis l'établissement du régime dynamique permanent est atteint plus rapidement que le régime thermique et l'évolution de ce dernier est tracée sur la Figure 6.

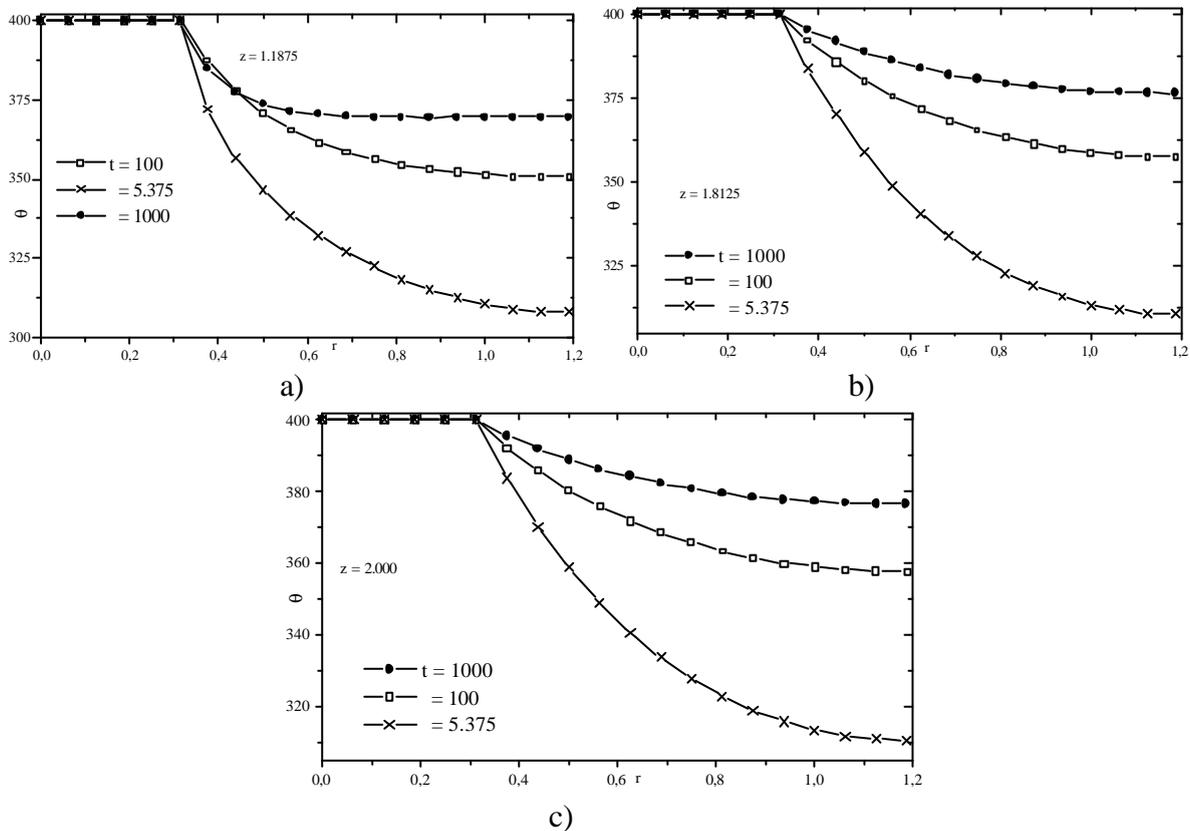
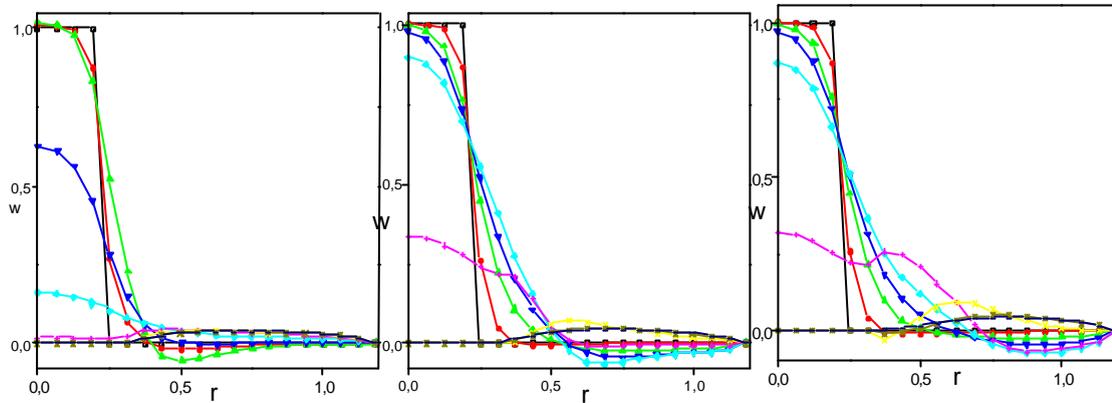
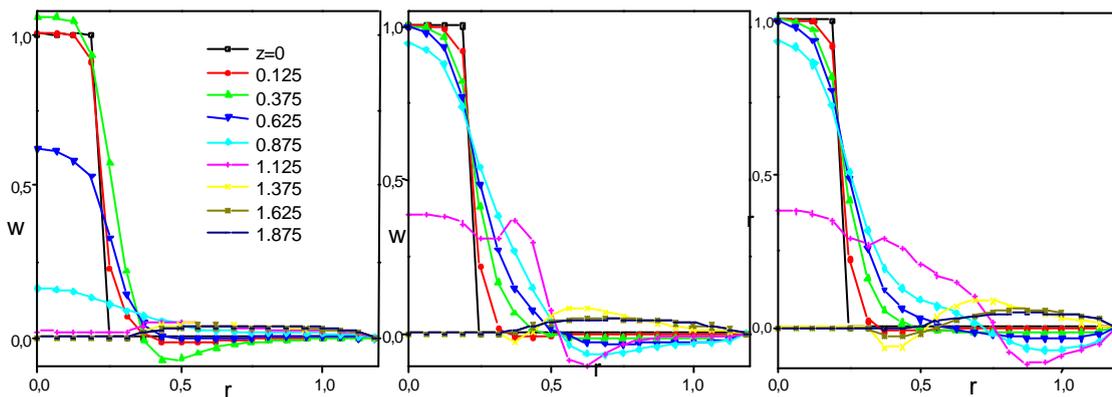


Fig. 6: Profils radiaux de la température entre la paroi chauffée et la paroi adiabatique ( effet du facteur temps à  $Re = 150$ ,  $\lambda = 10^{-2}$ )

Le champ dynamique de l'écoulement est traité par l'analyse des courbes obtenues pour les vitesses et la représentation des lignes de courant. Les vitesses axiales prennent des allures comparables à celles obtenues dans le cas des écoulements laminaires en conduites cylindriques largement étudiés par Fortin [6], par Durst et al [7] etc.

A l'entrée de la conduite et de part et d'autre de l'axe de symétrie, l'écoulement est caractérisé par un courant principal qui est dominant par rapport au courant secondaire situé non loin des parois de la conduite. Au contact de ces parois, les vitesses s'annulent par

adhérence, et elles ont des valeurs négatives très faibles dans une région située entre les parois et l'axe de symétrie (Fig.7). Dans les deuxièmes et troisièmes colonnes de la Figure 7, on remarque des perturbations dans cette évolution de l'écoulement lorsqu'il se rapproche de l'obstacle. La valeur de la vitesse diminue dans le courant principal avant d'atteindre l'obstacle sur lequel on vérifie l'adhérence et une présence des écoulements de retour au voisinage immédiat de celui-ci. Ces écoulements diminuent progressivement vers la sortie.

a)  $Re = 150$ b)  $Re = 250$ Fig. 7: Variation de la vitesse axiale suivant  $r$ , de gauche à droite,  $t = t_1$ ,  $t = t_2$  et  $t = t_3$ 

L'examen des courbes correspondant à  $Re = 250$  montre un comportement similaire avec toutefois des atténuations assez faibles dans l'ampleur des vitesses au niveau de l'axe ou à proximité de l'obstacle et les perturbations sont plus évidentes lorsque le fluide le contourne. Le tracé des isobares relatives donne lieu également à certaines interprétations du comportement dynamique de l'écoulement. La chute de pression dans la conduite subit l'influence du nombre de Reynolds égal à 150 ou égal à 250 pour un nombre de Froude fixe,  $Fr = 110$ . Les isobares relatives se présentent en majorité sous des formes courbes qui se condensent autour de l'axe de symétrie et à l'amont de l'obstacle ainsi qu'à sa proximité.

Dans le courant principal, il se trouve des rouleaux de pression négatifs à l'entrée et qui sont favorables à l'écoulement et des rouleaux de pression positifs défavorables à l'écoulement aux abords de l'obstacle qui fait dévier cet écoulement de sa direction. Lorsque le temps augmente (Fig. 8, a - b), l'écoulement entraîne dans son évolution un déplacement des isocourbes de pression de l'entrée vers la sortie et ces isobares tendent au fur et à mesure que l'on s'approche de l'obstacle à se concentrer dans sa section amont. Des résultats différents ont été communiqués au congrès du C2MNI6 de Tunis [8] dans le cas d'un nombre

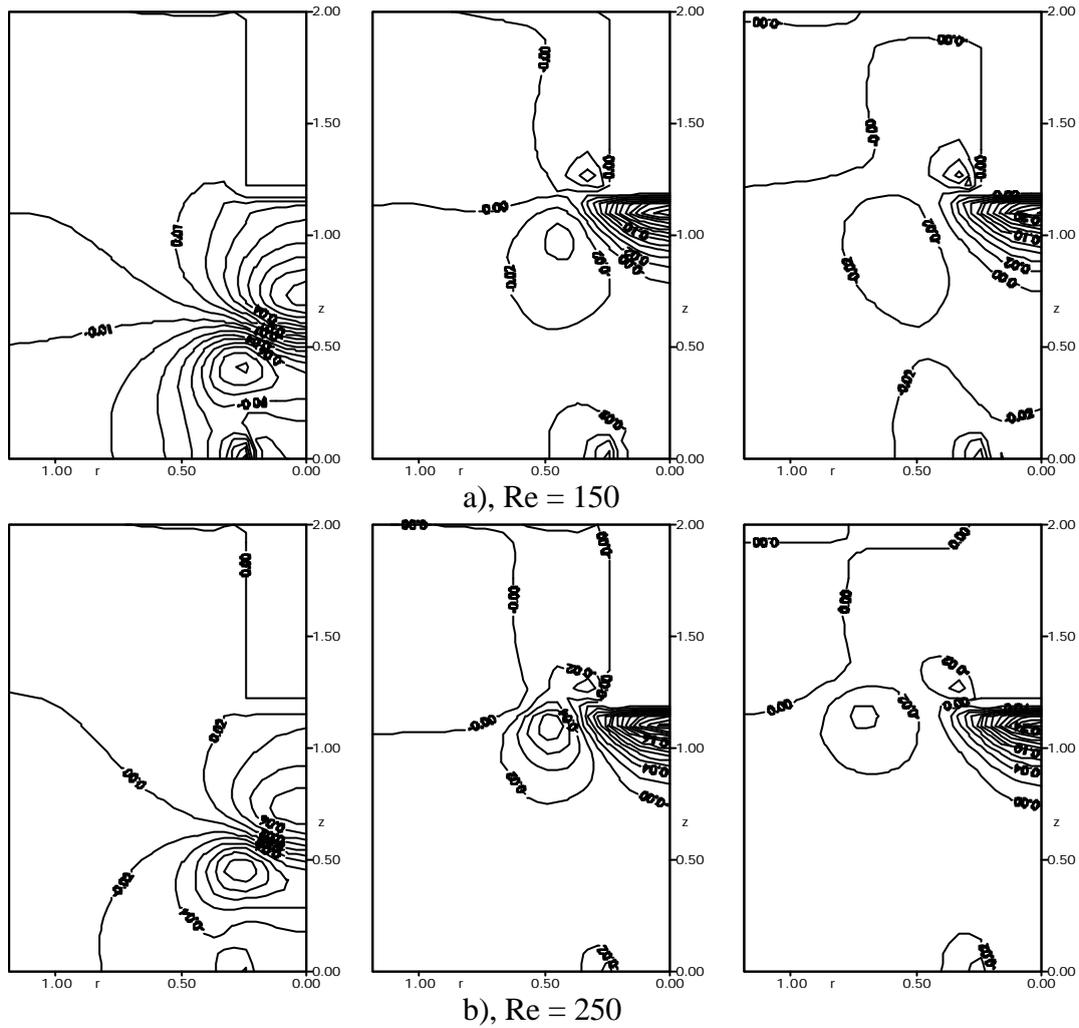


Fig. 8: Isobares à différents instants, de gauche à droite,  $t = t_1$ ,  $t = t_2$  et  $t = t_3$ . ( $Fr = 110$ )

de Froude égal à 2 et un nombre de  $Re=250$ . Des contraintes d'ordre numérique ne permettaient pas de tester des valeurs du nombre de Froude en dessous de  $Fr = 2$  et les résultats obtenus sont alors tel que représentés en Figure 9.

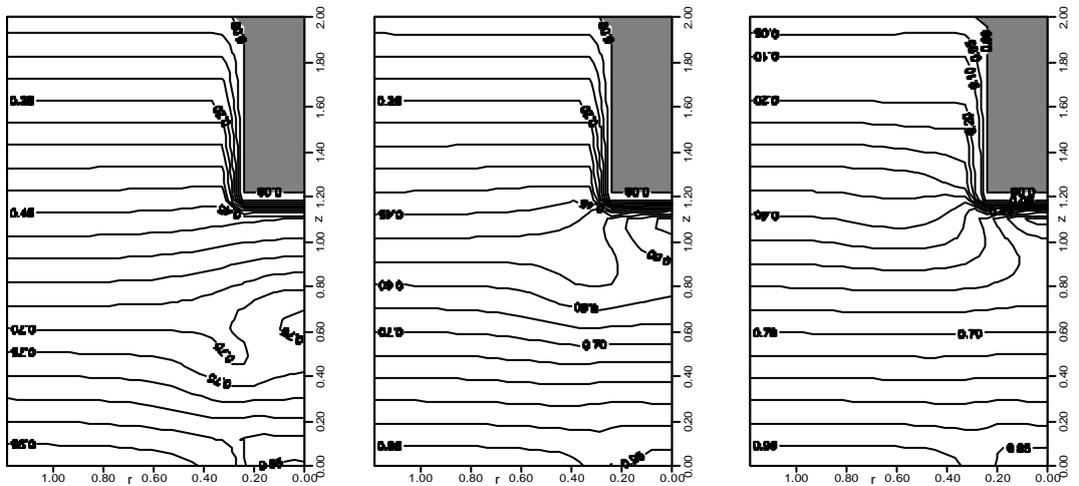


Fig. 9: Structure des isobares relatives, de gauche à droite:  $t = 1.3125$ ,  $t = 2.328125$  et  $t = 5.375$ ,  $Re = 150$  et  $Fr = 2$ .

A cette occasion aussi on a présenté une visualisation de la déviation de l'écoulement de sa direction et le comportement dynamique du fluide en traçant les lignes de courant afin de suivre cette évolution dans la conduite. A l'entrée, l'écoulement de fluide présente un comportement complexe à cause de l'interaction entre le courant principal et les écoulements de retour qui se manifestent de part et d'autre du jet créant ainsi une zone tourbillonnaire. Lorsque le temps augmente l'écoulement entraîne dans son évolution le déplacement de ces tourbillons qui augmentent progressivement de taille et vers la sortie les lignes de courant deviennent rectilignes.

## 6. CONCLUSION

Notre contribution à l'étude d'un écoulement en évolution dans le champ de pesanteur en présence d'un élément chauffant a permis de mettre en évidence l'influence de ce dernier sur la diffusion thermique et aussi sur la diffusion de la quantité de mouvement. Les points remarquables dans les résultats peuvent être résumés en conclusion à ce travail :

1. Dans les variations de la pression relative on remarque les perturbations qui sont localisées au niveau du courant principal et à son voisinage ainsi que l'influence du nombre de Froude qui est introduit dans les équations du mouvement. Une combinaison de ce nombre, qui représente le rapport des forces d'inertie et celles de la gravité, avec le nombre de Reynolds montre une prépondérance des effets de la gravité devant les effets de l'inertie. Le gradient de pression est alors généralement axial et quasiment constant alors que le gradient radial est presque nul.
2. Le courant principal est le noyau de l'écoulement ou la vitesse est initialement dominante et à  $Re = 250$ , l'écoulement s'effectue à grands mouvements. Dans l'étude de P. J. Oliveira [2] on trouve que pour des grands nombres de Reynolds, et dans notre cas pour de grands nombres de Froude aussi, l'inertie est dominante alors que dans le cas des faibles nombres de Reynolds c'est la viscosité qui domine. Dans un cas comme dans l'autre, l'écoulement sort du sillage et régresse tout en se rapprochant de l'obstacle sur lequel les vitesses s'annulent. Teyssandier et al [9] ont trouvé que l'écoulement au centre peut se faire de la même manière que dans un jet libre avec une diminution progressive de la vitesse sur l'axe et le courant principal tend à disparaître.
3. Normalement à ses parois, l'obstacle est entouré d'isothermes décroissantes de la paroi chauffée vers le fluide. La loi de Fick rappelle que dans un problème de diffusion, la propagation devient linéaire lorsque le temps augmente indéfiniment. De plus, à  $\lambda = 10^{-2}$  dans notre cas, la configuration globale des isothermes est proche de celle obtenue par Habchi et al [10] dans une étude menée sur l'écoulement laminaire à convection forcée,  $Gr / Re^2 = 0.1$ . La distribution des isothermes est très dense autour d'un obstacle chauffé et la décroissance est monotone et moins concentrée à partir de la paroi chauffée vers la paroi adiabatique.

## NOMENCLATURE

a: Diamètre de la conduite:  $2R$

$\Pi$  : Pression de perturbation adimensionnelle,  $(P-P_0)/\rho W_e^2$

$Re$  : Nombre de Reynolds,  $\rho w_e a/\mu$

$R, r, r_e, r_p, z_p$  et  $L$  sont des longueurs adimensionnelles ( $/a$ )

$Pr$  : Nombre de Prandtl,  $\mu C_p / \lambda_f$

Fr : Nombre de Froude,  $\frac{W_e^2}{ga}$

Diffusivité addimensionnelle :  $\alpha$ , Constante de gravité : g

$\lambda$  : Rapport des conductivités thermiques du solide et du fluide  $\lambda_s / \lambda_f$

t : temps adimensionnel

U, W : Composantes adimensionnelles radiale et axiale du vecteur vitesse.

## REFERENCES

- [1] D. E. Abbot and S. J. Kline, “*Experimental investigation of subsonic turbulent flow over a single and double backward facing steps*”, J. Basic Engng., Trans. A.S.M.E. D 84 (1962) 317.
- [2] P. J. Oliveira and F. T. Pinho, Int. J. Heat and Fluid Flow 18(1997) 518-529.
- [3] E.R.G. Eckert and J. N. Shadid, Int. J. H. M. T. 32(1989)321-334.
- [4] A. Ghezal, B.Porterie et J. C. Loraud, Int. J. H. M. T. 35(1992)329-341.
- [5] F. H. Harlow and J. E. Welch, Physics Fluids 8(1965) 2182-2189.
- [6] M. Fortin, Thèse de Doctorat d’Etat, Univ. Paris VI, 1972.
- [7] F. Durst, A. Melling and J. H. Whitelaw, J. Fluid Mech. (1974), 64(1974) 111-128.
- [8] Z. Ouchiha et A. Ghezal, C2MNI6 à Tunis, Nov98.
- [9] R. G. Teysandier and M. P. Wilson, “*An analysis of flow through sudden enlargements in pipes*”, J. Fluid Mech. 64(1974) 85-95.
- [10] S. Habchi and S. Acharya, “*Laminar mixed convection in a partially blocked, vertical channel*”, Int. J. Heat Mass Transfer, 29(1986) 1711-1722.