# Analyse de l'effet de la matrice poreuse sur le transfert thermique en régime turbulent dans un échangeur à plaques

#### Lynda Boubendir<sup>1</sup> et Salah Chikh

#### Département Thermo Energétique, Laboratoire des Transports Polyphasiques et Milieux Poreux, Université des Sciences et de Technologie Houari Boumediene, USTHB B.P. 32, El Alia, Bab Ezzouar, Alger, Algérie

(reçu le 25 Novembre 2008 - accepté le 25 Janvier 2009)

Résumé - L'objet de cette étude est de caractériser le transfert de chaleur d'un écoulement turbulent dans un échangeur à plaques, muni d'une couche poreuse. Les parois sont maintenues à une température constante. Par ailleurs, l'écoulement est régi par les équations classiques de conservation (masse, énergie) et notamment l'équation moyennée de Darcy- Brinkman- Forchheimer. Cependant le tenseur de Reynolds est décrit par le modèle statistique en un seul point  $(k - \varepsilon)$  a été adopté. Néanmoins, ce dernier a été modifié pour simuler l'écoulement turbulent en milieu poreux où nous prenons en considération le terme quadratique de Forchheimer dans les équations de l'énergie cinétique turbulente et le taux de dissipation. La résolution des équations obtenues a été effectuée numériquement par la méthode des volumes finis. Les résultats obtenus ont permis de mettre en évidence l'influence de l'épaisseur de la couche poreuse, la perméabilité ainsi que la conductivité thermique effective sur l'écoulement et le transfert thermique. Par ailleurs, il a été constaté que l'énergie cinétique turbulente est fortement influencée par la perméabilité et l'épaisseur de la couche poreuse. En outre un autre résultat substantiel a été étudié, il s'agit du rapport des conductivités thermiques car il a été constaté que ce rapport améliore notablement le transfert de chaleur sous certaines conditions.

**Abstract** - The objective of this present study is to analyze the turbulent flow and heat transfer characteristics of a plate heat exchanger (PHE) partly or totally filled with a porous medium. The walls are subjected to constant temperature. The flow is modeled by classical conservation equations (mass, energy) and Darcy-Brinkman-Forchheimer averaging equations. A modified form of the  $k - \varepsilon$  model is used to describe the turbulent flow and thermal transfer characteristics within the porous domain. This model accounts for the second order in the approximation of the Forchheimer terms in the turbulent kinetic energy and the dissipation rate equations. The obtained equations are resolved numerically using a finite-volume method. The obtained results permitted us to prove the influence of the porous layer thickness, the permeability and the effective thermal conductivity on the flow and the thermal transfer. It is noted that the turbulent kinetic energy is strongly influenced by the permeability and the porous layer thickness. Moreover, another substantial result is obtained; this result depends on the thermal conductivity ratio, for well chosen conditions.

Mots clé: Modélisation numérique - Ecoulement turbulent - Milieu poreux - Modèle k- $\epsilon$  - Echangeur à plaques.

### **1. INTRODUCTION**

Ces dernières années, une grande attention est portée sur les écoulements turbulents en milieux poreux. Cette attention est motivée par plusieurs applications industrielles

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> bou\_lynda4@yahoo.fr

<sup>45</sup> 

#### L. Boubendir et al.

tels que: le génie pétrolier, les sciences et techniques de l'environnement, etc.

Ward [1] et Mac Donald *et al.* [2] ont montré l'existence de la turbulence dans un milieu poreux pour un nombre de Reynolds de pore  $(Re_p)$  supérieur à 300.

Deux approches ont été proposées dans la littérature pour développer des modèles macroscopiques permettant la prédiction des écoulements de fluides incompressibles dans un milieu poreux saturé en régime turbulent. Selon la première approche, Lee *et al.* [3], Antohe *et al.* [4] ainsi que Getachew *et al.* [5] ont développé un modèle de turbulence à deux équations en utilisant la moyenne spatiale des équations de Navierstokes pour obtenir des équations de type Darcy-Forcheimer. La moyenne temporelle de ces équations a permis d'aboutir à l'équation de l'énergie cinétique turbulente. Cependant, Masuoka *et al.* [6], Kuwahara *et al.* [7], Pedras *et al.* [8] ont adopté la deuxième approche qui consiste à effectuer la moyenne temporelle, puis la moyenne spatiale.

La présente étude est une analyse de l'écoulement et du transfert de chaleur en régime turbulent dans un canal plan partiellement ou totalement poreux. Une forme modifiée du modèle  $\kappa - \epsilon$  a été proposée afin de prendre en compte l'effet du terme quadratique obtenu dans l'approximation du terme de Forchheimer. Les effets de la matrice poreuse sur le régime d'écoulement et transfert thermique ont été étudiés.

### 2. FORMULATION MATHEMATIQUE

### 2.1 Domaine d'étude

Nous considérons l'écoulement turbulent d'un fluide newtonien, incompressible, dans un échangeur de chaleur à plaques assimilé à deux plaques parallèles horizontales de longueur L et distantes de H, partiellement ou totalement poreux.

Le fluide pénètre à une vitesse et température constantes alors que les parois de l'échangeur sont maintenues à température constante.



Fig. 1: Domaine physique

## 2.2 Equations gouvernantes

Les équations de conservation moyennées s'écrivent comme suit:

### 2.2.1 Equation de continuité

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \mathbf{x}} + \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial \mathbf{y}} = 0 \tag{1}$$

46

# **2.2.2 Equation de quantité de mouvement** Suivant x :

$$\begin{aligned} \mathbf{u}\frac{\partial\mathbf{u}}{\partial\mathbf{x}} + \mathbf{v}\frac{\partial\mathbf{v}}{\partial\mathbf{y}} &= -\frac{1}{\rho_{f}}\frac{\partial\mathbf{P}}{\partial\mathbf{x}} + \frac{\partial}{\partial\mathbf{x}} \left( (\mathbf{v}\mathbf{R}_{\mu} + \mathbf{v}_{t})\frac{\partial\mathbf{u}}{\partial\mathbf{x}} \right) + \frac{\partial}{\partial\mathbf{y}} \left( (\mathbf{v}\mathbf{R}_{\mu} + \mathbf{v}_{t})\frac{\partial\mathbf{u}}{\partial\mathbf{y}} \right) + \frac{\partial}{\partial\mathbf{x}} \left( \mathbf{v}_{t}\frac{\partial\mathbf{u}}{\partial\mathbf{x}} \right) \\ &+ \frac{\partial}{\partial\mathbf{y}} \left( \mathbf{v}_{t}\frac{\partial\mathbf{v}}{\partial\mathbf{x}} \right) - \frac{2}{3}\frac{\partial\kappa}{\partial\mathbf{x}} - \phi\frac{\mathbf{v}_{f}}{\mathbf{K}} \mathbf{u} - \phi^{2}\frac{\mathbf{C}_{f}}{\sqrt{\mathbf{K}}} \left\{ \left| \mathbf{u} \right| \mathbf{u} + \frac{2}{3}\frac{\mathbf{u}}{\left| \mathbf{u} \right|} \kappa - \frac{\mathbf{v}_{t}}{\left| \mathbf{u} \right|} \left( 2\mathbf{u}\frac{\partial\mathbf{u}}{\partial\mathbf{x}} + \mathbf{v}\left(\frac{\partial\mathbf{u}}{\partial\mathbf{y}} + \frac{\partial\mathbf{v}}{\partial\mathbf{x}}\right) \right) \right\} \end{aligned}$$
(2)

Suivant y:

$$\begin{aligned} \mathbf{u}\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial \mathbf{x}} + \mathbf{v}\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial \mathbf{y}} &= -\frac{1}{\rho_{f}}\frac{\partial \mathbf{P}}{\partial \mathbf{y}} + \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \left( (\mathbf{v}\mathbf{R}_{\mu} + \mathbf{v}_{t})\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial \mathbf{x}} \right) + \frac{\partial}{\partial \mathbf{y}} \left( (\mathbf{v}\mathbf{R}_{\mu} + \mathbf{v}_{t})\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial \mathbf{y}} \right) + \frac{\partial}{\partial \mathbf{y}} \left( \mathbf{v}_{t}\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial \mathbf{y}} \right) \\ &+ \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \left( \mathbf{v}_{t}\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \mathbf{y}} \right) - \frac{2}{3}\frac{\partial \kappa}{\partial \mathbf{y}} - \phi \frac{\mathbf{v}_{f}}{\mathbf{K}} \mathbf{v} - \phi^{2} \frac{C_{f}}{\sqrt{\mathbf{K}}} \left\{ \left| \mathbf{u} \right| \mathbf{v} + \frac{2}{3}\frac{\mathbf{v}}{|\mathbf{u}|} \kappa - \frac{\mathbf{v}_{t}}{|\mathbf{u}|} \left( 2\mathbf{v}\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial \mathbf{y}} + \mathbf{u} \left( \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \mathbf{y}} + \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial \mathbf{x}} \right) \right) \right\} \end{aligned}$$
(3)

Avec:  $\kappa$  l'énergie cinétique turbulente,  $\epsilon$  le taux de dissipation,  $v_t$  la viscosité turbulente défini par:

$$v_t = C_{\mu} \frac{\kappa^2}{\epsilon}$$
(4)

 $C_{\mu}$  : Constante empirique,  $R_{\mu}$  : le rapport des viscosités et  $C_f\,$  le coefficient d'inertie de Forchheimer.

# 2.2.3 Equation de l'énergie

$$u\frac{\partial T}{\partial x} + v\frac{\partial T}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \left( \frac{vR_k}{\phi Pr} + \frac{v_t}{Pr_t} \right) \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \left( \frac{vR_k}{\phi Pr} + \frac{v_t}{Pr_t} \right) \frac{\partial T}{\partial y} \right)$$
(5)

Pr : Nombre de Prandtl,  $Pr_t$ : Nombre de Prandtl turbulent,  $R_k = K_e / K_f$ : Rapport des conductivités thermiques.

# 2.2.4 Equation de l'énergie cinétique turbulente

$$u\frac{\partial\kappa}{\partial x} + v\frac{\partial\kappa}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\left(\nu R_{\mu} + \frac{\nu_{t}}{\sigma_{\kappa}}\right)\frac{\partial\kappa}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\left(\nu R_{\mu} + \frac{\nu_{t}}{\sigma_{\kappa}}\right)\frac{\partial\kappa}{\partial y}\right) + G - R_{\mu}\varepsilon + P \quad (6)$$

Avec: G est le terme de production de l'énergie cinétique turbulente due aux gradients des vitesses. P est le terme de production due à la matrice poreuse.

$$\mathbf{P} = \mathbf{v}_{t} \left\{ \left( \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \mathbf{y}} + \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial \mathbf{x}} \right)^{2} + 2 \left( \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \mathbf{x}} \right)^{2} + 2 \left( \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial \mathbf{y}} \right)^{2} \right\}$$
(7)

$$G = 2\phi \frac{v_{f}}{K} \kappa - \frac{\phi^{2} C_{f}}{|u|\sqrt{K}} \left\{ \frac{8}{3} |u|^{2} \kappa - v_{t} \left( 2u^{2} \frac{\partial u}{\partial x} + 2v^{2} \frac{\partial v}{\partial y} + 2uv \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right) \right\}$$

$$\frac{4}{3} \frac{C_{s} \kappa^{2}}{\epsilon} \frac{\phi^{2} C_{f}}{|u|\sqrt{K}} \left\{ \frac{5}{3} \left( u \frac{\partial \kappa}{\partial x} + v \frac{\partial \kappa}{\partial y} \right) - \left( 2u \frac{\partial}{\partial x} \left( v_{t} \frac{\partial u}{\partial x} \right) + 2v \frac{\partial}{\partial y} \left( v_{t} \frac{\partial v}{\partial y} \right) \right) \right\}$$

$$(8)$$

$$+ v \frac{\partial}{\partial x} \left( v_{t} \frac{\partial v}{\partial x} \right) + u \frac{\partial}{\partial y} \left( v_{t} \frac{\partial u}{\partial y} \right) + v \frac{\partial}{\partial x} \left( v_{t} \frac{\partial u}{\partial x} \right) + u \frac{\partial}{\partial y} \left( v_{t} \frac{\partial v}{\partial y} \right) \right\}$$

 $C_s$  est une constante proposée par Mellor et Herriny (1973),  $C_s = 0.108$ .

# 2.2.5 Equation du taux de dissipation

$$\begin{split} \mathbf{u}\frac{\partial\varepsilon}{\partial \mathbf{x}} + \mathbf{v}\frac{\partial\varepsilon}{\partial \mathbf{y}} &= \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \left( \left( \mathbf{R}_{\mu}\mathbf{v}_{f} + \frac{\mathbf{v}_{t}}{\sigma_{\varepsilon}} \right)\frac{\partial\varepsilon}{\partial \mathbf{x}} \right) + \frac{\partial}{\partial \mathbf{y}} \left( \left( \mathbf{R}_{\mu}\mathbf{v}_{f} + \frac{\mathbf{v}_{t}}{\sigma_{\varepsilon}} \right)\frac{\partial\varepsilon}{\partial \mathbf{y}} \right) + \mathbf{C}_{\varepsilon 1}\frac{\varepsilon}{\kappa} \mathbf{G} - \mathbf{R}_{\mu}\mathbf{C}_{\varepsilon 2}\frac{\varepsilon^{2}}{\kappa} - 2\frac{\phi\mathbf{v}_{f}}{K}\varepsilon \\ &- \frac{2\phi^{2}\mathbf{C}_{f}}{\sqrt{K}} \left\{ \frac{4}{3} |\mathbf{u}|\varepsilon + \mathbf{c}_{3}\frac{\kappa}{\varepsilon|\mathbf{u}|} \left( \mathbf{v}_{t} \left( \left( 2\mathbf{u}\frac{\partial\mathbf{u}}{\partial\mathbf{x}} + \mathbf{v} \left( \frac{\partial\mathbf{v}}{\partial\mathbf{x}} + \frac{\partial\mathbf{u}}{\partial\mathbf{y}} \right) \right)\frac{\partial\varepsilon}{\partial\mathbf{x}} + \left( 2\mathbf{v}\frac{\partial\mathbf{v}}{\partial\mathbf{y}} + \mathbf{u} \left( \frac{\partial\mathbf{v}}{\partial\mathbf{x}} + \frac{\partial\mathbf{u}}{\partial\mathbf{y}} \right) \right)\frac{\partial\varepsilon}{\partial\mathbf{y}} \\ &- \frac{2}{3}\mathbf{k} \left( \mathbf{u}\frac{\partial\varepsilon}{\partial\mathbf{x}} + \mathbf{v}\frac{\partial\varepsilon}{\partial\mathbf{y}} \right) \right) + \frac{4}{3}\mathbf{v} \left( \frac{\partial|\mathbf{u}|}{\partial\mathbf{x}}\frac{\partial\mathbf{k}}{\partial\mathbf{x}} + \frac{\partial|\mathbf{u}|}{\partial\mathbf{y}}\frac{\partial\mathbf{k}}{\partial\mathbf{y}} \right) \\ &+ \mathbf{v} \left( \frac{\partial}{\partial\mathbf{x}} \left( \frac{\mathbf{u}^{2}}{|\mathbf{u}|} \right)\frac{\partial}{\partial\mathbf{x}} \left( \mathbf{v}_{t}\frac{\partial\mathbf{u}}{\partial\mathbf{x}} + \frac{\partial}{\partial\mathbf{x}} \left( \frac{\mathbf{v}^{2}}{|\mathbf{u}|} \right)\frac{\partial}{\partial\mathbf{x}} \left( \mathbf{v}_{t}\frac{\partial\mathbf{v}}{\partial\mathbf{y}} \right) + \frac{\partial}{\partial\mathbf{x}} \left( \frac{\mathbf{u}\mathbf{v}}{|\mathbf{u}|} \right)\frac{\partial}{\partial\mathbf{x}} \left( \mathbf{v}_{t} \left( \frac{\partial\mathbf{u}}{\partial\mathbf{y}} + \frac{\partial\mathbf{v}}{\partial\mathbf{x}} \right) \right) \\ &+ \frac{\partial}{\partial\mathbf{y}} \left( \frac{\mathbf{u}\mathbf{v}}{|\mathbf{u}|} \right)\frac{\partial}{\partial\mathbf{y}} \left( \mathbf{v}_{t} \left( \frac{\partial\mathbf{u}}{\partial\mathbf{y}} + \frac{\partial\mathbf{v}}{\partial\mathbf{x}} \right) \right) + \frac{\partial}{\partial\mathbf{y}} \left( \frac{\mathbf{u}^{2}}{|\mathbf{u}|} \right)\frac{\partial}{\partial\mathbf{y}} \left( \mathbf{v}_{t}\frac{\partial\mathbf{u}}{\partial\mathbf{x}} \right) + \frac{\partial}{\partial\mathbf{y}} \left( \frac{\mathbf{v}^{2}}{|\mathbf{u}|} \right)\frac{\partial}{\partial\mathbf{y}} \left( \mathbf{v}_{t}\frac{\partial\mathbf{u}}{\partial\mathbf{x}} \right) + \frac{\partial}{\partial\mathbf{y}} \left( \frac{\mathbf{v}^{2}}{|\mathbf{u}|} \right)\frac{\partial}{\partial\mathbf{y}} \left( \mathbf{v}_{t}\frac{\partial\mathbf{u}}{\partial\mathbf{y}} \right) \right) \right\} \end{aligned}$$

Les cinq constantes du modèle sont déterminées par rapport à des écoulements turbulents simples servant de référence, ainsi que par optimisation numérique. Les valeurs conseillées par Launder et Spalding (1974) sont de l'ordre de:  $C_{\mu} = 0.09$ ;

 $C_{\epsilon 1}\!=\!1.44$  ;  $C_{\epsilon 2}\!=\!1.92$  ;  $\sigma_{\kappa}$  = 1 ;  $\sigma_{\epsilon}$  = 1.3 et Pr = 0.9 .

### 2.3 Conditions aux limites

Les équations (1-9) sont sujettes aux conditions aux limites suivantes:

a- les vitesses, la température, l'énergie cinétique turbulente et le taux de dissipation sont donnés à l'entrée.

b- La condition d'adhérence impose des vitesses nulles au niveau des deux plaques (parois).

c- Une température constante est imposée aux parois.

d- Les conditions à l'interface fluide /poreux (y=e) sont en l'occurrence:

$$u_p = u_f$$
;  $v_p = v_f$ ;  $P_p = P_f$ ;  $T_p = T_f$ ;  $\varepsilon_p = \varepsilon_f$ ;  $\kappa_p = \kappa_f$  (10)

$$\left(\mu_{f} + \mu_{t}\right) \frac{\partial u_{f}}{\partial y}\Big|_{y=e} = \left(R_{\mu}\mu_{f} + \mu_{t}\right) \frac{\partial u_{p}}{\partial y}\Big|_{y=e}$$
(11)

$$\left(\mu_{f} + \frac{\mu_{t}}{\sigma_{k}}\right)\frac{\partial \kappa_{f}}{\partial y}\Big|_{y=e} = \left(R_{\mu}\mu_{f} + \frac{\mu_{t}}{\sigma_{k}}\right)\frac{\partial \kappa_{p}}{\partial y}\Big|_{y=e}$$
(12)

$$\left(\mu_{f} + \frac{\mu_{t}}{\sigma_{\varepsilon}}\right) \frac{\partial \varepsilon_{f}}{\partial y}\Big|_{y=e} = \left(R_{\mu}\mu_{f} + \frac{\mu_{t}}{\sigma_{\varepsilon}}\right) \frac{\partial \varepsilon_{p}}{\partial y}\Big|_{y=e}$$
(13)

$$\left(\frac{\mu_{f}}{Pr} + \frac{\mu_{t}}{Pr_{t}}\right)\frac{\partial T_{f}}{\partial y}\Big|_{y=e} = \left(\frac{R_{k}\mu_{f}}{\phi Pr} + \frac{\mu_{t}}{Pr_{t}}\right)\frac{\partial T_{p}}{\partial y}\Big|_{y=e}$$
(14)

# **3. PROCEDURE NUMERIQUE**

La présence d'une paroi rigide en écoulement turbulent provoque une augmentation des effets visqueux, donc le modèle  $\kappa - \epsilon$  utilisé dans ce travail est inadapté au voisinage de la paroi, ce qui nous a incité à utiliser la loi logarithmique. La discrétisation des équations obtenues a été effectuée à l'aide de la méthode des volumes finis. Le couplage vitesse - pression est résolu grâce à l'algorithme SIMPLE. La technique ligne par ligne est appliquée pour la résolution du système d'équations algébriques. Après l'étude de sensibilité du maillage, nous avons opté pour un nombre de nœuds égal à 300 suivant la direction axiale et 62 suivant la direction transversale.

# 4. RESULTATS ET INTERPRETATIONS

### 4.1 Validation

Afin de vérifier la fiabilité de notre code de calcul d'une part, et à cause du manque des résultats expérimentaux d'une autre part, le cas d'un écoulement turbulent sans milieu poreux (totalement fluide) a été considéré. Ainsi, après avoir calculé le nombre de Nusselt à l'établissement, nous l'avons comparé aux corrélations proposées par Petukhov [9] Gnielinski [10]. Les valeurs de l'écart obtenu sont récapitulées dans le **tableau 1**.

<b>Tableau 1</b> : vandite du code en regime turbulent		
Présente étude	Corrélation de	Corrélation de
	Petukhov (1970)	Gnielinski (1976)
Nu = 1193.75	1175.29	1215.32
Écart relatif (%)	1.57	1.77

Tableau 1: Validité du code en régime turbulent

Les faibles écarts obtenus sont une bonne justification de la fiabilité du code de calcul adopté à la présente étude.

Pour l'exploitation des résultats, l'effet de certains paramètres a été considéré, alors que d'autres ont été maintenus fixes. Le milieu poreux est doté par une porosité  $\Phi = 0.9$  avec un rapport des viscosités  $R_{\mu} = 1$ . Le coefficient inertiel (C<sub>f</sub>) dans le milieu poreux vaut 0.1. L'épaisseur du milieu poreux varie entre 0 et 100 % et le nombre de Darcy (Da) varie entre  $10^{-1}$  et  $10^{-5}$ .

Le rapport des conductivités thermiques (  $R_k$  ) varie entre 1 et 100. Le fluide pénètre à une température de 20 °C. Les parois de l'échangeur sont maintenues à une température fixe de 60 °C.

La figure 2 illustre l'effet de la perméabilité sur les profils de vitesse établis dans le cas où la matrice poreuse occupe 50 % de la hauteur du canal.

L'augmentation de la perméabilité nous ramène de plus en plus vers le cas fluide, alors que sa diminution force le fluide à s'échapper vers la zone libre. L'écoulement est donc accéléré, d'où nous quantifions des vitesses maximales dans la partie fluide, celles-ci augmentent au fur à mesure que le nombre de Darcy diminue.

Par ailleurs, la diminution du nombre de Darcy entraîne une augmentation de la résistance à l'écoulement du fluide dans la matrice poreuse. L'écoulement dans cette zone devient plus organisé et les profils de vitesse sont de plus en plus plats.

L. Boubendir et al.



Fig. 2: Effets du nombre de Darcy sur la vitesse axiale pour e = 0.5

La figure 3 représente l'effet de la perméabilité sur les profils de l'énergie cinétique turbulente, lorsque le milieu poreux occupe 50 % de la hauteur du canal. La diminution de la perméabilité entraîne une augmentation de l'énergie cinétique turbulente dans la partie fluide et une diminution dans la partie poreuse.



Fig. 3: Effet du nombre de Darcy sur l'énergie cinétique turbulente pour e = 0.5

La production de l'énergie cinétique turbulente dans cette zone est due à la résistance du milieu poreux et aux effets inertiels. La production de l'énergie cinétique turbulente dans la zone fluide est causée par l'échange d'énergie entre le mouvement moyen et fluctuant. Notons enfin que le maximum de l'énergie cinétique turbulente est localisé dans la région fluide près de l'interface.

La figure 4 représente l'effet de l'épaisseur de la matrice poreuse sur l'énergie cinétique turbulente. L'augmentation de l'épaisseur entraîne un accroissement et une diminution de l'énergie cinétique turbulente dans les zones fluide et poreuse respectivement. Ceci est expliqué par le renforcement du fluide à se diriger vers la zone fluide, d'où l'augmentation des gradients de vitesses au niveau de l'interface côté fluide, ce qui cause un accroissement de la production de l'énergie cinétique turbulente à ce niveau.



La figure 5 représente la variation du nombre de Nusselt établi en fonction de l'épaisseur pour différents rapports des conductivités thermiques noté  $R_k$ . L'analyse de cette figure, révèle que le nombre de Nu augmente avec l'augmentation de l'épaisseur, ce qui correspond à une amélioration significative du transfert thermique. Ceci reste valable jusqu'à une valeur optimale au-delà de laquelle le transfert de chaleur commence à diminuer. Cette variation montre également l'existence d'une épaisseur critique au-delà de laquelle le cas fluide devient plus intéressant. Les valeurs des épaisseurs optimale et critique augmentent avec le rapport des conductivités thermique. Notons que le transfert thermique est amélioré pour des grandes valeurs de rapport des conductivités thermiques.



Fig. 5: Effet des conductivités thermiques sur le nombre de Nusselt pour  $Da=10^{-3}$ (Nombre de Nusselt en fonction de l'épaisseur de la couche poreuse et pour différentes conductivités thermiques effectives)

### L. Boubendir et al.

# **5. CONCLUSION**

Une forme modifiée du modèle  $\kappa - \varepsilon$  a été proposée afin de prendre en compte l'effet du terme de deuxième ordre dans l'approximation du terme de Forchheimer. Cet ordre permet une meilleure description des effets turbulents dans le terme de Forchheimer.

Les résultats obtenus a permis de mettre en évidence l'influence des caractéristiques du substrat poreux telles que: l'épaisseur de la couche poreuse, la perméabilité et la conductivité thermique effective sur l'écoulement et le transfert thermique.

Une production maximale de l'énergie cinétique turbulente a été obtenue pour de faibles épaisseurs. L'analyse de l'éffet de l'épaisseur du substrat poreux a montré l'existence d'épaisseurs optimales et critiques pour lesquelles nous avons un maximum de transfert et un transfert équivalent au cas fluide respectivement.

L'augmentation du rapport des conductivités thermiques améliore considérablement le transfert de chaleur.

# NOMENCLATURE

C <sub>f</sub> : Coefficient d'inertie de Forchheimer	K : Perméabilité de substrat poreux, [m <sup>2</sup> ]
D <sub>h</sub> : Diamètre hydraulique, [m]	k : Conductivité thermique, [W/m K]
Da : Nombre de Darcy, Da = $K/D_h^2$	Nu : Nombre de Nusselt
e : Epaisseur de la couche poreuse, [m]	Pr : Nombre de Prandtl, Pr = $\mu_f C_p/k_f$
H : Hauteur du canal, [m]	Prt : Nombre de Prandtl turbulent
L : Longueur, [m]	P : Pression [Pa]
$R_k$ : Rapport des conductivités	Re : Nombre de Reynolds,
thermiques	$\operatorname{Re} = \rho \operatorname{u} \operatorname{D}_{h} / \mu_{f}$
T : Température moyenne, [K]	$R_{\mu}$ : Rapport des viscosités, $R_{\mu}=\mu_{e}/\mu_{f}$
u, v : Composantes de la vitesse, [m/s]	x, y : Coordonnées cartésiennes, [m]
v : Viscosité cinématique, [m <sup>2</sup> /s]	$ κ$ : Energie cinétique turbulente, $[m^2/s^2]$
φ : Porosité	$\rho$ : Masse volumique [kg/m <sup>3</sup> ]
μ : Viscosité dynamique, [kg/m.s]	$\epsilon$ : Taux de dissipation, $[m^2/s^3]$
Indices	
e: effective, p: poreux	t:turbulent, f:fluide

### REFERENCES

- [1] J.C. Ward, '*Turbulent Flow in Porous Media*', Proceeding of the ASCE Journal of Hydraulics, Vol. 90, (HY5), pp. 1 – 12, 1997.
- [2] I.F. MacDonald, M.S. El-Sayed, K. Mow and F.A.L. Dullien, 'Flow through Porous Media Ergun Equation Revisited', Industrial and Engineering Chemistry Fundamentals, Vol. 18, N°3, pp. 199 – 208, 1979.
- [3] K. Lee and J.R. Howell, 'Forced Convective and Radiative Transfer within a Highly Porous Layer Exposed to a Turbulent External Flow Field', In Proceedings of the 2<sup>nd</sup> ASME/JSME Thermal Engineering Joint Conference, Vol. 2, pp. 337 – 386, 1987.

- [4] B.V. Antohe and J.L. Lage, 'A General Two-Equation Macroscopic Turbulence Model for Incompressible Flow in Porous Media', International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 40, N°13, pp. 3013 – 3024, 1997.
- [5] D. Getachew, W.J. Minkowycz and J.L. Lage, 'A Modified Form of the κ-ε: Model for Turbulent Flows of an Incompressible Fluid in Porous Media', International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 43, N°16, pp. 2909 – 2915, 2000.
- [6] T. Masuoka and Y. Takatsu, 'Turbulent Phenomena in Flow through Porous Media', Journal of Porous Media, Vol. 1, N°3, pp. 243 251, 1997.
- [7] F. Kuwahara, Y. Kameyama, S. Yamashita and A. Nakayama, 'Numerical Modeling of Turbulent Flow in Porous Media Using a Spatially Periodic Array', Journal of Porous Media, Vol. 1, N°1, pp. 47 – 55, 1998.
- [8] M.H.J. Pedras and M.J.S. De Lemos, 'On Volume and Time Averaging of Transport Equations for Turbulent Flow in Porous Media'. Proc. of 3<sup>rd</sup> ASME/ JSME Joint Fluids, Engineering Conference, (ASME- FED-248, Paper FEDSM99-7273), San Francisco, California, pp. 18 – 23, 1999.
- [9] B.S. Petukhov, 'Heat Transfer and Friction in Turbulent Pipe Flow with Variable Physical Properties', In T.F Irvine and J.P. Harnett, Editors, Advances in Heat Transfer, Academic Press, New York. Vol. 6, pp. 504 – 564, 1970.
- [10] V. Gnielinski, 'New Equations for Heat and Mass Transfer in Turbulent Pipe and Channel Flow', International Chemical Engineering, Vol. 16, N°2, pp. 359 – 368, 1976.