

## Description mathématique du transfert de chaleur et de masse à travers un lit profond de séchage Effet du rétrécissement sur la porosité du lit

Réda Khama<sup>1\*</sup> et Azzedine Belhamri<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Département de Génie Civil

Université Larbi Ben M'hidi, Oum El Bouaghi, Algérie

<sup>2</sup> Département de Génie Climatique, Faculté des Sciences de l'Ingénieur

Université des Frères Mentouri, Constantine, Algérie

(reçu le 31 Août 2009 – accepté le 25 Décembre 2009)

**Résumé** – Cet article est une contribution modeste à l'analyse des phénomènes complexes de transferts couplés de chaleur et de masse se produisant entre un gaz en mouvement et un solide humide. Il s'intéresse au séchage d'un fruit (les figes) déposé en lit profond et exposé à une convection forcée d'air. Le milieu se comporte comme étant poreux et ce sont, par conséquent, les équations de transferts dans un milieu poreux qui décrivent le transfert couplé de chaleur et de masse. L'étude est développée à l'échelle macroscopique avec un empilement de sphères du fruit. Le modèle utilisé est un modèle de séchage E.D.P (Equations aux Dérivées Partielles) basé sur les équations des bilans massique et énergétique et notamment sur l'utilisation des corrélations proposées pour la constante de séchage K avec l'hypothèse du Non Equilibre Thermique Local (N.L.T.E), mais aussi du modèle de Henderson et Pabis pour exprimer la cinétique de séchage. L'analyse théorique du séchage du lit statique mène à un ensemble d'équations aux dérivées partielles qui sont discrétisées par la méthode des différences finies. Pour la résolution de ce système d'équations, la méthode itérative de Gauss Seidel est utilisée et un code de calcul en Fortran est ensuite développé. Les résultats obtenus montrent l'absence de la phase constante de séchage et permettent de mettre en évidence les variations des paramètres de l'air d'une part et celles du produit séché d'autre part, au cours du séchage. Ils montrent aussi, que la vitesse de l'air n'est pas constante pendant le séchage d'où l'importance de la prise en considération du phénomène de rétrécissement et, d'autre part, ils montrent par la variation de la température de l'air, que l'énergie mise en jeu servant pour le transfert massique sert également pour le transfert thermique.

**Abstract** - This article is a modest contribution to the analysis of the complex phenomena of coupled transfers of heat and mass occurring between a gas moving and a wet solid. It is interested in drying of a fruit (figs) deposited in bed major and exposed to a forced convection of air. The medium behaves as being porous and they are, consequently, the equations of transfers in a porous environment which describe the coupled transfer of heat and mass. The study is developed on a macroscopic scale with a stacking of spheres of the fruit. The model used is a model of drying E.D.P (Partial derivative equations) based on the equations of the assessments mass and energy and in particular on the use of the correlations suggested for the constant of drying K with the assumption of Non Local Thermal Balance (N.L.T.E), but also of the model of Henderson and Pabis to express the kinetics of drying. The theoretical analysis of the drying of the static bed leads to a whole of partial derivative equations which are discretized by the method of the finite differences. For the resolution of this system of equations, the iterative method of Gauss Seidel is used and a computer code in Fortran is then developed. The results obtained show the absence of the constant phase of drying and make it possible to highlight the variations of the parameters of the air on the one hand and those of the dried product on

---

\* redkhama@yahoo.fr

*the other hand, during drying. They as show, as the air velocity is not constant during drying from where importance of the catch in consideration of the phenomenon of contracting and, in addition, they show by the variation in the temperature of the air, which energy brought into play being useful for the mass transfer also serves for the thermal transfer.*

**Mots clés:** Séchage - Transferts de chaleur et de masse - Milieu poreux - Echelle macroscopique - Convection forcée - Couche épaisse – Rétrécissement.

## 1. INTRODUCTION

Le séchage est l'une des principales techniques de préservation des produits agro-alimentaires. Il s'agit du processus le plus commun employé afin d'abaisser la quantité d'eau présente dans ces produits, pour que les conditions de leur stockage soient les plus favorables. Grâce à ce processus, l'activité de l'eau diminue considérablement pendant le stockage, ainsi que l'activité microbiologique, les changements physiques et chimiques étant réduits au minimum.

Sécher des fruits ou des légumes est une opération très délicate, par exemple: il faut penser à la destruction des vitamines sensibles aux rayons ultra-violets. La demande des produits agro-alimentaires est devenue, de nos jours, assez considérable en quantité et en qualité durant les douze mois de l'année.

Les développements de la science et de la technologie doivent répondre aux besoins de l'homme contemporain. Des tonnes et des tonnes de fruits et légumes sont séchées en si peu de temps et avec une qualité optimale du produit et cela par des méthodes diverses de séchage industriel.

Dans ce travail, un produit (figues) en vrac est entassé dans un séchoir convectif qui se comporte comme un milieu poreux (Fig. 1 et 2).

L'étude est développée à l'échelle macroscopique avec un empilement de sphères. L'air est soufflé dans un amas de produit (figues) mis en couches épaisses de façon à remplir au maximum le séchoir (la grande majorité des travaux antérieurs - pour ne pas dire tous - considèrent des couches minces pour le séchage des fruits).

C'est un séchage par entraînement. Le produit à sécher est mis en contact avec un gaz en mouvement (l'air humide) et c'est un séchage discontinu: le produit est immobile.

Beaucoup d'études ont été effectuées sur les transferts pendant le séchage, comme ceux de Amir *et al.* (1987) [1], Masmoudi *et al.* (1991), Mhimid *et al.* (2000) [2], Bennamoun *et al.* (2003, 2006, 2008) [3-5].

On considère le phénomène de rétrécissement des figues qui est commun pour les produits alimentaires et observé pendant différents processus de déshydratation (le phénomène de rétrécissement n'est pas toujours pris en considération dans la majorité des travaux antérieurs).

En effet des changements devraient être pris en compte en prévoyant des profils d'humidité et de température du produit séché.

Plusieurs modèles visés dans les travaux de [6] ont été comparés aux données expérimentales. Pour certains produits, les modèles qui négligent le changement de porosité tendent à montrer de plus grandes déviations. Bennamoun *et al.* (2008) [7]

présentent l'effet du rétrécissement dans une description mathématique des transferts couplés.

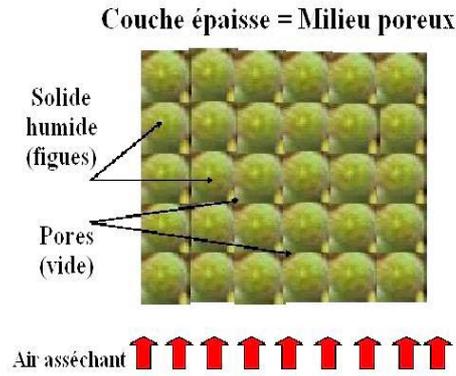
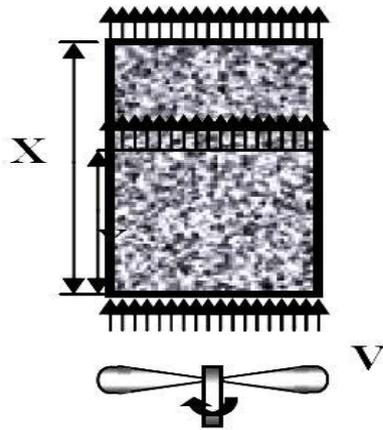


Fig. 1: Géométrie de la couche épaisse

Fig. 2: Couche épaisse des figes

## 2. MODELISATION MATHÉMATIQUE

### 2.1 Equations de base

Le transfert de chaleur et de masse dans le séchoir peut être décrit par les équations de transferts dans un milieu poreux traversé par un courant d'air chauffé.

Le modèle utilisé est dit modèle de séchage, 'E.D.P', (Equations aux Dérivées Partielles), [8]. L'analyse théorique du séchage du lit statique mène à un ensemble d'équations aux dérivées partielles. On considère, d'après [8], les équations suivantes:

- Le bilan massique pour le gaz de séchage (air humide)

$$\rho_a \left( \varepsilon \frac{\partial W}{\partial t} + v \frac{\partial W}{\partial x} \right) + (1 - \varepsilon) \cdot \rho_s \frac{\partial M}{\partial t} = 0 \quad (1)$$

- Le bilan enthalpique pour le gaz de séchage (air humide)

$$\begin{aligned} \rho_a \left( C_{pa} + W \cdot C_{pv} \right) \left( \varepsilon \frac{\partial T_a}{\partial t} + v \frac{\partial T_a}{\partial x} \right) \\ = A l \cdot \alpha (T_s - T_a) - (1 - \varepsilon) \rho_s C_{pv} (T_s - T_a) \frac{\partial M}{\partial t} \end{aligned} \quad (2)$$

- Le bilan enthalpique pour le solide (figes)

$$(1 - \varepsilon) \cdot \rho_s \left( C_{ps} + M \cdot C_{pe} \right) \frac{\partial T_s}{\partial t} = A l \cdot \alpha (T_a - T_s) + H \cdot \rho_s (1 - \varepsilon) \frac{\partial M}{\partial t} \quad (3)$$

D'après [9], le système EDP à quatre inconnues (les fonctions  $T_a$ ,  $T_s$ ,  $W$  et  $M$ ) et deux variables (l'espace  $x$  et le temps  $t$ ) est complété par l'équation de la cinétique.

$$\frac{\partial M}{\partial t} = -K(M - M_{eq}) \quad (4)$$

## 2.2 Hypothèses sur le modèle

Le modèle mathématique de séchage est basé sur les équations des bilans massique et énergétique et sur l'utilisation des corrélations proposées pour la constante de séchage  $K$ , avec: négligence du tassement des couches du produit, du gradient de température, de la concentration entre la surface et le centre de la figue et des échanges par conduction et par rayonnement devant ceux par convection et tout en considérant une étude unidimensionnelle.

L'hypothèse du Non Equilibre Thermique Local (N.L.T.E) est prise en considération, exprimée par les deux équations d'énergie (2) et (3): c'est une hypothèse qui considère  $T_s \neq T_a$ .

## 2.3 Calcul des constantes de séchage

Le modèle de Henderson et Pabis est choisi pour la cinétique, il présente une très bonne concordance avec les résultats expérimentaux. Ce modèle n'est, en vérité, que le premier terme de la série de la solution générale de la deuxième loi de Fick:

$$MR = \frac{M(t) - M_{eq}}{M_0 - M_{eq}} = A \cdot \exp(-K \cdot t) \quad (5)$$

Les valeurs du coefficient  $K$  sont approximées, d'après [10], par l'équation simple de type Arrhenius:

$$K = K_0 \cdot \exp\left(\frac{-E_a}{R_g \cdot (T_a + 273)}\right) \quad (6)$$

$K_0$  est un coefficient donné, en fonction de la vitesse de l'air asséchant par:

$$K_0 = 1341.2 \times \exp(2.8404 \cdot v) \quad (7)$$

$E_a$  est l'énergie d'activation donnée, toujours, en fonction de  $v$  par:

$$E_a = \frac{(34.037663 \times 14407.625) + (48.47102 \times v^{15.96189})}{14407.625 + v^{15.96189}} \quad (8)$$

Enfin, la constante  $A$  dans l'équation (5) est donnée, en fonction de  $v$  et  $T_a$ , par:

$$A = \begin{pmatrix} 0.000104 \cdot T_a^2 \\ -0.012281 \cdot T_a \\ +0.256909 \end{pmatrix} \cdot v^2 + \begin{pmatrix} -0.000203 \cdot T_a^2 \\ +0.0211976 \cdot T_a \\ -0.302885 \end{pmatrix} \cdot v + \begin{pmatrix} 0.0000 \cdot T_a^2 \\ -0.002967 \cdot T_a \\ +0.765417 \end{pmatrix} \quad (9)$$

$M_{eq}$  est calculé à partir de l'équation de Henderson donnée, d'après [10], par:

$$1 - \phi = \exp\left(-2.0108 \times 10^{-2} T_s - M_{eq}^{1.1714}\right) \quad (10)$$

#### 2.4 Calcul de la vitesse de l'air asséchant

Pour une couche, d'après [3, 4], la vitesse de l'air  $v$  est calculée en fonction de la porosité qui est, à son tour, fonction du rétrécissement du produit:

$$v = \frac{v_0}{\varepsilon} = \frac{v_0}{1 - OC} \quad (11)$$

OC est le taux d'occupation défini, pour le volume du parallélépipède d'une couche:

$$OC = \frac{N_s \cdot \pi \cdot d_s^3}{6L \cdot l \cdot d_s} \quad (12)$$

$$d_s = \left( \frac{6 V_s}{N_s \cdot \pi} \right)^{1/3} \quad (13)$$

Le nombre constant de sphères dans une couche,  $N_s$ , et le volume du produit,  $V_s$  sont:

$$N_s = \frac{L}{d_{so}} \times \frac{1}{d_{so}} \quad (14)$$

$$V_s = \frac{m_{sh}}{\rho_s} \quad (15)$$

La masse  $m_{sh}$  est fonction de la masse constante  $m_{ssec}$

$$m_{sh} = (M + 1) \cdot m_{ssec} = (M + 1) \cdot \frac{N_s \times 1073.979 \times \pi \times d_{so}^3}{6 (M_0 + 1)} \quad (16)$$

### 3. RESOLUTION NUMERIQUE

Résoudre les équations qui décrivent l'évolution des propriétés physico-chimiques du produit dans un séchoir implique des méthodes numériques.

Le lit profond est considéré comme une série de couches minces, chacun avec une épaisseur de  $\Delta x$  (Fig. 3).

Notre système différentiel a été résolu par une méthode aux différences finies. En vérité, on s'est intéressé à la discrétisation des équations aux dérivées partielles du système précédent, dans lesquelles les inconnues sont:  $M$ ,  $T_s$ ,  $W$  et  $T_a$  dépendant de la variable d'espace  $x$  et celle du temps  $t$ .

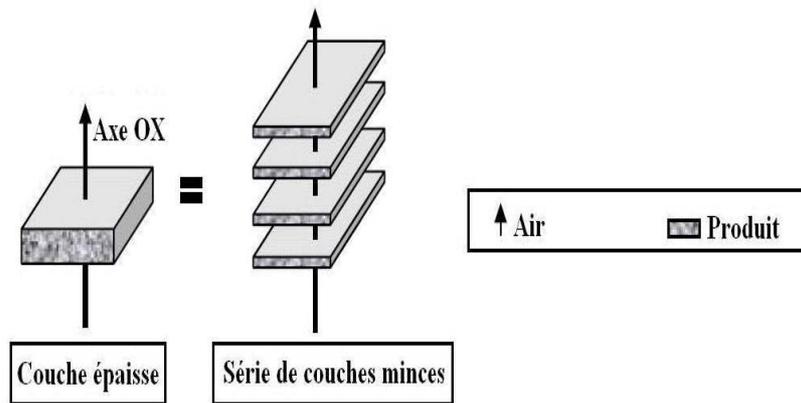


Fig. 3: Décomposition virtuelle de la couche épaisse en une série de couches minces (D'après F. Courtois et Al. [11])

A l'instant initial, tous les éléments constituant le séchoir et le produit à sécher sont à la température ambiante. Pour la première hauteur de la tranche à sécher, la température est celle de l'air chauffé à l'entrée du séchoir.

Ensuite, pour chaque tranche du séchoir et pour chaque pas de temps, un système d'équations est obtenu. Les calculs des caractéristiques de l'air, de sa vitesse autour du produit, des caractéristiques du produit, de la constante du séchage  $K$  et du coefficient de transfert sont faits pour chaque pas de temps  $\Delta t$  et pour chaque tranche  $j$  du séchoir.

## 4. RESULTATS ET DISCUSSION

### 4.1 Cinétique de séchage

La vraie traduction du séchage des figues, mises en couche épaisse, est la diminution de la teneur en eau dans le temps, qui est très claire sur les courbes de la figure 4. Ces dernières ne permettent de distinguer qu'une seule phase de séchage: la phase de séchage à vitesse décroissante caractérisée par une inclinaison décroissante où la tangente n'est pas constante.

On montre la variation temporelle de la teneur en eau du produit pour plusieurs hauteurs. Les courbes de cette figure commencent à se séparer dès les 7.5 premières minutes du séchage. On peut voir, déjà, qu'à la fin de la première demi heure (à  $t = 0.5$  h) que la première courbe ( $j = 1$ ) est en train de se séparer des quatre autres courbes d'une manière plus importante que celle prise par ces mêmes dernières entre elles.

Ceci est dû à la diminution de la teneur en eau dans le temps, (c'est le processus du séchage même) et à son augmentation dans l'espace, c'est-à-dire la hauteur (les couches inférieures sont traversées par un air plus chaud et moins saturé).

### 4.2 Effet du rétrécissement sur le séchage

La figure 5 est une comparaison entre deux calculs qui ont été faits: l'un avec la considération du rétrécissement et l'autre sans.

L'importance de l'introduction de ce phénomène est très claire et sa négligence conduit à des résultats incorrects:  $M_{eq}$  est atteint dans 75.5 h (Avec), alors qu'il n'est atteint qu'après 110 h (Sans), soit alors 34.5 h de différence.

La cause de cette erreur réside au niveau du calcul de la vitesse  $v$  de l'air.

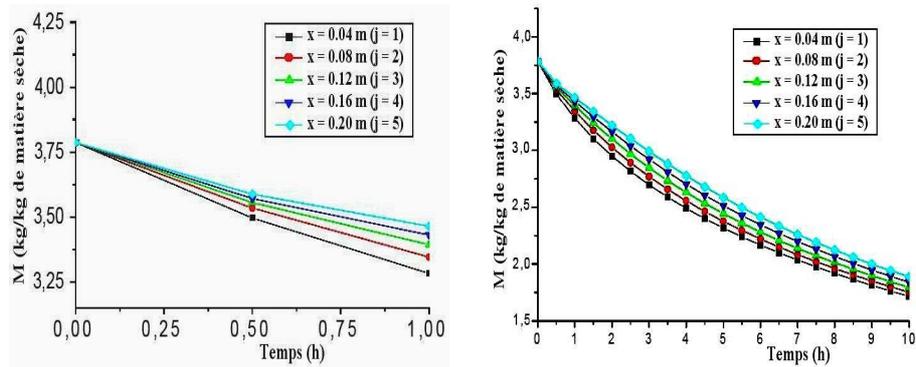


Fig. 4: Variation de la teneur en eau des figes mises en couche épaisse ( $T_a = 70\text{ }^\circ\text{C}$ ,  $v = 0.52\text{ m/s}$ ,  $\Phi = 16\%$ )

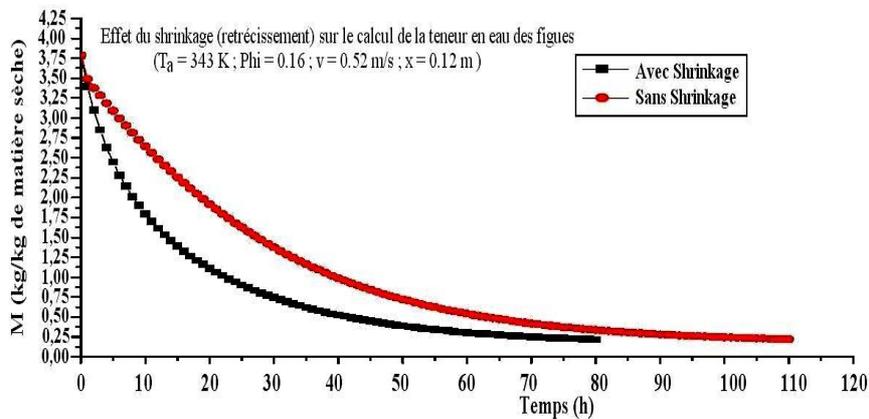


Fig. 5: Effet du rétrécissement sur les calculs de la teneur en eau des figes ( $T_a = 70\text{ }^\circ\text{C}$ ,  $v = 0.52\text{ m/s}$ ,  $\Phi = 16\%$ ;  $x = 0.12\text{ m}$ )

#### 4.3 Variation de la température de l'air

Les courbes de la figure 6. montrent que la température de l'air augmente dans le temps, ce qui permet de dire que l'énergie acquise ne sert pas uniquement à l'évaporation de l'eau du produit.

La figure 6-(a) confirme toutes les constatations précédentes. En effet à  $t = 2.5\text{ h}$ , la température de l'air augmente de  $27.82\text{ }^\circ\text{C}$  pour la deuxième couche, alors qu'elle n'augmente que de  $18.25\text{ }^\circ\text{C}$  pour la dernière (c'est plus qu'une fois et demi plus grand), l'augmentation pour la troisième couche est de  $24.4\text{ }^\circ\text{C}$ , quant à la quatrième, elle est de

21 °C, donc une autre fois, la consommation de l'énergie est beaucoup plus importante pour les premières couches.

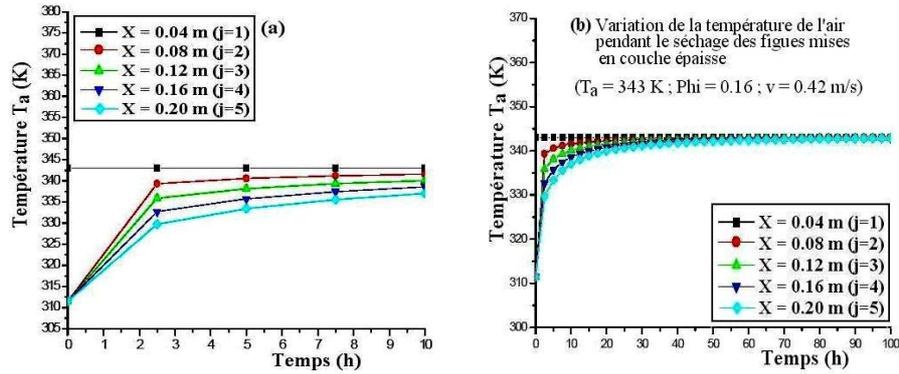


Fig. 6: Variation de la température de l'air dans le temps et pour plusieurs hauteurs ( $T_a = 70$  °C ,  $v = 0.42$  m/s ,  $\Phi = 16$  %)

## 5. CONCLUSION

L'objectif de ce travail est une étude unidimensionnelle des phénomènes de transferts couplés de chaleur et de masse dans des milieux poreux humides traversés par des courants d'air chaud lors d'un séchage convectif.

Les résultats obtenus montrent l'absence de la phase constante de séchage. Le produit choisi est un fruit dont la géométrie est considérée comme sphérique, mais changeant pendant le processus de séchage, ce qui a ramené à considérer le phénomène de rétrécissement qui n'est pas toujours pris en considération dans la majorité des travaux antérieurs.

Le calcul de la vitesse de l'air dans le milieu poreux a pu montrer qu'elle n'est pas constante pendant le séchage, d'où l'importance de la prise en considération du phénomène de rétrécissement, lors de l'étude du séchage.

La variation de la température de l'air a pu montrer que l'énergie mise en jeu servant pour le transfert massique sert également pour le transfert thermique.

## NOMENCLATURE

$A_l$  : Taux de surface de contact, ( $m^2/m^3$ )

$a_w$  : Activité de l'eau

$C_p$  : Chaleur massique, (J/kg.K)

$d$  : Diamètre, (m)

$M$  : Teneur en humidité du produit, (kg  $H_2O$  / kg de matière sèche)

$E_a$  : Energie d'activation, (kJ/mol)

$H$  : Chaleur latente de vaporisation, (KJ/kg)

$T$  : Température, (°C)

$m$  : Masse, (kg)

$v$  : Vitesse de l'air, (m/s)

**Indices**

a : Air ; e : Eau; eq : Equilibre  
 sat : Saturation ; S : Solide

h : Humide ; o : Initiale  
 sec : Sec ; V: Vapeur

**REFERENCES**

- [1] H. Amir, G. Le Palec and M. Daguene, 'Séchage Superficiel d'un Matériau Poreux Humide par Convection Forcée d'Air Chaud: Couplage entre les Equations de Transfert dans le Matériau et celles de la Couche Limite', International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 30, N°6, pp. 1149 – 1158, 1987.
- [2] A. Mhimid, S. Ben Nasrallah and J.P. Fohr, 'Heat and Mass Transfer during Drying of Granular Products – Simulation with Convective and Conductive Boundary Conditions', International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 43, N°15, pp. 2779 – 2791, 2000.
- [3] L. Bennamoun and A. Belhamri, 'Design and Simulation of a Solar Dryer for Agriculture Products', Journal of Food Engineering, Vol. 59, N°2, pp. 259 – 266, 2003.
- [4] L. Bennamoun and A. Belhamri, 'Numerical Simulation of Drying under Variables External Conditions: Application to Solar Drying of Seedless Grapes', Journal of Food Engineering, Vol. 76, N°2, pp.179 – 187, 2006.
- [5] L. Bennamoun and A. Belhamri, 'Study of Heat and Mass Transfer in Porous Media: Application to Packed – Bed Drying', Fluid Dynamics & Materials Processing, FDMP, Vol. 4, N°4, pp. 221 – 230, 2008.
- [6] L. Mayor and A.M. Sereno, 'Modelling Shrinkage during Convecting Drying of Food Material: A Review', Journal of Food Engineering, Vol. 61, N°3, pp. 373 – 386, 2004.
- [7] L. Bennamoun and A. Belhamri, 'Mathematical Description of Heat and Mass Transfer during Deep Bed Drying: Effect of Product Shrinkage on Bed Porosity', Applied Thermal Engineering, Vol. 28, N°17-18, pp. 2236 – 2244, 2008.
- [8] G. Arnaud and J.P. Fohr, 'Slow Drying Simulation in Thick Layers of Granular Products', International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 31, N°12, pp. 2517 – 2526, 1988.
- [9] S.J. Babalis and V.G. Belessiotis, 'Influence of the Drying Conditions on the Drying Constants and Moisture Diffusivity during the Thin-Layer Drying of Figs', Journal of Food Engineering, Vol. 65, N°3, pp. 449 – 458, 2004.
- [10] A.A. El-Sebaili, S. Aboul-Enein, M.R.I. Ramadan and H.G. El-Gohary, 'Empirical Correlations for Drying Kinetics of Some Fruits and Vegetables', Energy, Vol. 27, N°9, pp. 845 – 859, 2002.
- [11] F. Courtois, A. Leber, J.C. Lasseran and J.J. Bimbenet, 'Simulation of Industrial Dryers: Solving Numerical and Computer Problems', Drying'92, Proceedings of the 8<sup>th</sup> International Drying Symposium, Part B, Montreal, Quebec, Canada, Edited by A.S. Mujumdar, pp. 1268 – 1277, August 2-5, 1992.