

Evaluation par méthode inverse du coefficient de diffusion et du nombre de transfert Biot lors du séchage en système continu

Malek Sid Ahmed^{1a}, Cheikh Sidi Ethmane Kane¹,
Nahla Bouaziz², Mbarek Rhazi² and Mounir Kouhila²

¹ Département de Physique, Faculté des Sciences et Techniques
Université de Nouakchott, B.P. 5026, Nouakchott, Mauritanie

² Equipe d'Energie Solaire et Séchage des Plantes Médicinales
Ecole Normale Supérieure, B.P. 2400, Marrakech, Maroc

(reçu le 24 Août 2009 – accepté le 25 Décembre 2009)

Résumé - Cet article présente la détermination par la méthode inverse du coefficient de diffusion et du nombre de transfert Biot à partir de l'équation de diffusion de Fick unidimensionnelle basée sur des essais de cinétiques de séchage de la feuille de menthe. On propose un modèle numérique pour décrire le processus de séchage d'une feuille de menthe en forme rectangulaire. La loi de Fick supposant, l'équation de diffusion pour la feuille de menthe a été employée. L'objectif de l'étude est de développer un modèle numérique basé sur MatLab pour déterminer la teneur en eau de la feuille de menthe lors du processus de séchage en fonction du temps et de l'évaluation du coefficient de diffusion à différentes températures. Une méthode d'optimisation qui consiste à réduire l'écart minimum entre les données théoriques et les résultats expérimentaux a été utilisée. Le modèle tient compte de la migration de l'eau par diffusion dans le produit et sa perte à l'interface. Les cinétiques de séchage de la feuille de menthe sont déterminées à 35 °C, 45 °C et à 55 °C. Le coefficient de diffusion a varié de $9,155 \cdot 10^{-12}$ et $3,288 \cdot 10^{-11} \text{ m}^2/\text{s}$.

Abstract - This paper presents the inverse determination of the diffusion coefficient in the one-dimensional non-steady-state diffusion equation based on desorption test data of moisture variations of mint leaf. A numerical model is proposed to describe the process of drying a rectangular leaf of mint. Assuming Fick's law, the diffusion equation for the leaf of mint was used. The objective of the study was to develop a computer program in MatLab to estimate the moisture content of leaf of mint undergoing drying as a function of time and the evaluation of the coefficient of diffusion at different temperature. The average moisture content was also obtained. The model takes into account the migration of water by diffusion within the solid and its loss at the interface. The model results were compared to experimental data from an apparatus which measured the mass loss of mint leaf. The apparatus comprised an electronic balance attached by a thin wire to the leaves placed inside an incubator. The kinetics of drying of the mint leaf is given at 35°C, 45°C and 55°C. The coefficient of diffusion varies between $9.155 \cdot 10^{-12}$ and $3.288 \cdot 10^{-11} \text{ m}^2/\text{s}$.

Mots clés: Feuille de menthe - Cinétiques de séchage - Coefficient de diffusion - Nombre de transfert Biot - Modèle mathématique.

1. INTRODUCTION

La diffusivité massique est l'une des propriétés liées aux transferts de matière au sein des matériaux hygroscopiques, en particulier la feuille de menthe [1] sur laquelle, nous avons travaillé dans cet article.

Ce paramètre physique est très important et caractérise l'aptitude de ce matériau à laisser migrer l'eau liée ou la vapeur d'eau [2]. Au-delà de son caractère qui relève du

^a ottmane6@hotmail.com; sidahmed@univ-nkc.mr; kouhila@gmail.com

domaine de la science fondamentale, la diffusivité massique admet plusieurs applications.

Il intervient aussi dans la conception de simulateurs de séchage des produits végétaux, régit le phénomène de sorption, toujours présent dans ces produits. Et la modélisation qui est de plus en plus nécessaire pour le dimensionnement des séchoirs.

La démarche scientifique proposée s'appuie sur l'identification du coefficient de diffusion par méthode inverse. Cette méthode est constituée de deux étapes complémentaires:

- La mesure expérimentale dynamique de la perte de masse;
- L'identification du coefficient de diffusion est faite par la minimisation de la fonction objective définissant l'écart entre les données expérimentales et les données prédites par le modèle;
- Détermination du coefficient de diffusion et du nombre de transfert Biot à différentes températures.

2. MISE EN EQUATION

Le modèle que nous développons se compose de l'équation de Fick écrite en coordonnées cartésiennes et d'un ensemble de conditions initiales et aux limites. La démarche scientifique proposée s'appuie sur l'identification du coefficient de diffusion par méthode inverse.

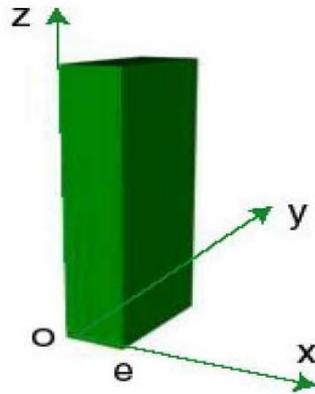


Fig. 1: Modèle théorique

$$\begin{cases} \frac{\partial X(x,t)}{\partial t} = D \times \frac{\partial^2 X(x,t)}{\partial x^2} \\ -k \frac{\partial X}{\partial x} + hX = hX_{eq} & \text{pour } x = 0, t > 0 \\ k \frac{\partial X}{\partial x} + hX = hX_{eq} & \text{pour } x = e, t > 0 \\ X = X_0 & \text{pour } 0 < x < e, t = 0 \end{cases} \quad (1)$$

3. ETUDE THEORIQUE

Ce problème est non homogène à cause des conditions aux limites. Il doit être scindé en deux problèmes: un problème stationnaire de solution $X_s(x)$ et un problème homogène de solution $X_h(x, t)$.

- Problème stationnaire

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 X}{\partial x^2} = 0 \\ -\frac{\partial X}{\partial x} + HX = f_1 & \text{pour } x = 0 \\ \frac{\partial X}{\partial x} + HX = f_1 & \text{pour } x = e \\ \text{avec } H = \frac{f_1}{k} \quad \text{et} \quad f_1 = HX_{\text{eq}} \end{cases} \quad (2)$$

Pour résoudre ce problème stationnaire, nous l'avons décomposé en deux systèmes d'équation selon les conditions aux limites:

D'une part.

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 X_{1s}}{\partial x^2} = 0 \\ -\frac{\partial X_{1s}}{\partial x} + HX_{1s} = HX_{\text{eq}} & \text{pour } x = 0 \\ \frac{\partial X_{1s}}{\partial x} + HX_{1s} = 0 & \text{pour } x = e \end{cases} \quad (3)$$

La solution de ce système est:

$$X_{1s} = -\frac{HX_{\text{eq}}}{2 + He} \cdot x + X_{\text{eq}} \left(1 + \frac{1}{2 + He} \right) \quad (4)$$

D'autre part:

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 X_{2s}}{\partial x^2} = 0 \\ -\frac{\partial X_{2s}}{\partial x} + HX_{2s} = 0 & \text{pour } x = 0 \\ \frac{\partial X_{2s}}{\partial x} + HX_{2s} = HX_{\text{eq}} & \text{pour } x = e \end{cases} \quad (5)$$

La solution est:

$$X_{2s} = -\frac{HX_{\text{eq}}}{2 + He} \cdot x + X_{\text{eq}} \left(\frac{1}{2 + He} \right) \quad (6)$$

La solution du problème stationnaire devient alors:

$$X_s = X_{1s} + X_{2s} \quad (7)$$

$$X_s = -\frac{HX_{eq}}{2+He} \cdot x + X_{eq} \cdot \left(1 + \frac{1}{2+He}\right) + \frac{HX_{eq}}{2+He} \cdot x + X_{eq} \cdot \left(\frac{1}{2+He}\right) \quad (8)$$

$$X_s = X_{eq} \quad (9)$$

• Problème homogène

$$\begin{cases} \frac{\partial X_h(x,t)}{\partial t} = D \cdot \frac{\partial^2 X_h(x,t)}{\partial x^2} & \text{pour } 0 < x < e, \quad t > 0 \\ -k \frac{\partial X_h}{\partial x} + HX_h = 0 & \text{pour } x = 0, \quad t > 0 \\ k \frac{\partial X_h}{\partial x} + HX_h = 0 & \text{pour } x = e, \quad t > 0 \\ X_h = X_0 - X_s & \text{à } t = 0 \end{cases} \quad (10)$$

* **Solution: Méthode de séparation des variables**

Méthode proposée par Euler, d'Alembert et Bernoulli (18^{ième} siècle) pour la résolution des équations aux dérivées partielles linéaires.

On suppose la séparation de la forme:

$$X_h(x,t) = \Gamma(t) \times \Psi(x) \quad (11)$$

L'expression (10) devient alors:

$$\begin{aligned} \frac{1}{D} \frac{\partial(\Gamma(t) \cdot \Psi(x))}{\partial t} &= \frac{\partial^2(\Psi(x) \cdot \Gamma(t))}{\partial x^2} \\ \frac{1}{D} \cdot \Psi(x) \frac{\partial \Gamma(t)}{\partial t} &= \Gamma(t) \cdot \frac{\partial^2 \Psi(x)}{\partial x^2} \end{aligned} \quad (12)$$

Le membre de gauche est fonction du temps seul et le membre de droite est fonction de l'espace seul. L'égalité est possible si les 2 rapports sont égaux à une même constante, telle que $-\beta^2$. Ainsi, on a:

$$\frac{1}{D \cdot \Gamma(t)} \frac{\partial \Gamma(t)}{\partial t} = \frac{1}{\Psi(x)} \frac{\partial^2 \Psi(x)}{\partial x^2} = -\beta^2 \quad (13)$$

$$\frac{1}{D \cdot \Gamma(t)} \frac{d\Gamma(t)}{dt} = -\beta^2 \quad (14)$$

$$\frac{d\Gamma(t)}{dt} = -\beta^2 \cdot D \cdot \Gamma(t)$$

$$\Gamma(t) = e^{-\beta^2 D t} \quad (15)$$

La fonction spatiale $\Psi(x)$ satisfait à l'équation différentielle:

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 \Psi(x)}{\partial x^2} + \beta^2 \Psi(x) = 0 \\ -\frac{\partial \Psi}{\partial x} + H\Psi = 0 & \text{pour } x = 0 \\ \frac{\partial \Psi}{\partial x} + H\Psi = 0 & \text{pour } x = e \end{cases} \quad (16)$$

Soit $\Psi(x) = A_1 \cdot \sin(\beta_m x) + A_2 \cdot \cos(\beta_m x)$, la solution du système ci-dessus. Alors, la solution générale du problème homogène est la suivante [2]:

$$X_h(x, t) = \sum_{m=1}^{\infty} e^{-\alpha \beta_m^2 t} \frac{1}{N} \Psi(x, \beta_m) \int_0^e \Psi(\beta_m, x') (X_0 - X_s) \cdot dx' \quad (17)$$

$$N(\beta_m) = \int_0^e [\Psi(\beta_m, x')]^2 \cdot dx' \quad (18)$$

L'injection de $\Psi(x)$ dans les conditions aux limites permet la détermination des coefficients A_1 et A_2 .

$$\left. \frac{d\Psi}{dx} \right|_{x=0} = A_1 \cdot \beta \quad \text{et} \quad \Psi(0) = A_2 \quad (19)$$

$$\left. \frac{d\Psi}{dx} \right|_{x=e} = \beta \cdot [A_1 \cos(\beta e) - A_2 \sin(\beta e)], \quad \Psi(e) = \beta \cdot [A_1 \sin(\beta e) + A_2 \cos(\beta e)] \quad (20)$$

$$-\left. \frac{d\Psi}{dx} \right|_{x=0} + H\Psi(0) = 0 \quad (21)$$

$$\left. \frac{d\Psi}{dx} \right|_{x=e} + H\Psi(e) = 0 \quad (22)$$

$$-A_1 \beta + H A_2 = 0 \quad (23)$$

$$\beta [A_1 \cos(\beta e) - A_2 \sin(\beta e)] + H [A_1 \sin(\beta e) + A_2 \cos(\beta e)] = 0 \quad (24)$$

L'application des conditions aux limites à la solution $\Psi(x)$ donne un système linéaire d'équations d'inconnues A_1 et A_2 .

$$\begin{pmatrix} -\beta & H \\ \beta \cos(\beta e) + H \sin(\beta e) & H \cos(\beta e) - \beta \sin(\beta e) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (25)$$

La solution triviale de ce système est $A_1 = 0$ et $A_2 = 0$ (sans intérêt). La solution valable impose que le déterminant de la matrice soit nul. Ce qui se traduit par:

$$\left(\beta^2 - H^2\right) \sin(\beta e) - 2H\beta \cos(\beta e) = 0 \quad (26)$$

$$\text{Soit } \operatorname{tg}(\beta e) = \frac{2H\beta}{\beta^2 - H^2} \quad (27)$$

Ou bien sous forme adimensionnelle

$$\operatorname{tg}(\beta e) = 2B_i \frac{\beta e}{(\beta e)^2 - B_i^2} \text{ avec } B_i = \frac{he}{k} = He, \text{ étant le nombre de Biot.}$$

C'est l'équation aux valeurs propres, β . L'ensemble des racines de cette équation fournit les valeurs propres, β_m , $m = 1, \dots, n$.

La première équation du système linéaire est vérifiée, si $A_1 = H$ et $A_2 = \beta \cdot \Psi(x)$ s'écrit alors:

$$\Psi(x, \beta_m) = [H \sin(\beta_m x) + \beta_m \cos(\beta_m x)] \quad (28)$$

Le calcul de la norme $N(\beta_m) = \int_0^e [\Psi(\beta_m, x')]^2 \cdot dx'$ donne:

$$N(\beta_m) = \frac{2H + e(\beta_m^2 + H^2)}{2} \quad (29)$$

Le calcul de $\int_0^e \Psi(\beta_m, x')(X_0 - X_s) dx' = (X_0 - X_s) \frac{H + [\beta_m \sin(\beta_m e) - H \cos(\beta_m e)]}{\beta_m}$

$$X_h(x, t) = \sum_{m=1}^{\infty} e^{-D_m \beta_m^2 t} \cdot \frac{1}{N} [H \sin(\beta_m e) + \beta_m \cos(\beta_m e)] \cdot (X_0 - X_s) \frac{H + \beta_m \sin(\beta_m e) - H \cos(\beta_m e)}{\beta_m} \quad (30)$$

La solution générale du problème initial est la somme de la solution stationnaire et de la solution homogène.

$$X(x, t) = X_h(x, t) + X_s \quad (31)$$

Or $X_s = X_{eq}$

$$X(x, t) - X_{eq} = \sum_{m=1}^{\infty} e^{-D_m \beta_m^2 t} \cdot \frac{1}{N} \Psi(x, \beta_m) \cdot (X_0 - X_{eq}) \frac{H + \beta_m \sin(\beta_m e) - H \cos(\beta_m e)}{\beta_m}$$

$$\frac{X(x, t) - X_{\text{eq}}}{X_0 - X_{\text{eq}}} = \sum_{m=1}^{\infty} e^{-D_m \beta_m^2 t} \Psi(x, \beta_m) \cdot G(\beta_m) \quad (32)$$

Or $X^*(x, t) = \frac{X(x, t) - X_{\text{eq}}}{X_0 - X_{\text{eq}}}$

avec $G(\beta_m) = \frac{1}{N} \frac{H + [\beta_m \sin(\beta_m e) - H \cos(\beta_m e)]}{\beta_m}$

$$G(\beta_m) = \frac{2}{2H + e(\beta_m^2 + H^2)} \frac{H + [\beta_m \sin(\beta_m e) - H \cos(\beta_m e)]}{\beta_m}$$

Et $B_i = \frac{he}{k} = He$

$$G(\beta_m) = \frac{2e}{2B_i + (\beta_m e)^2} \frac{B_i + [\beta_m e \sin(\beta_m e) - B_i \cos(\beta_m e)]}{\beta_m e} \quad (33)$$

$X^*(x, t)$, donne la distribution de l'humidité relative en fonction du temps dans l'échantillon. Mais quelle relation existe-t-il entre $X^*(x, t)$ et la perte de masse

$$m^*(t) = \frac{m(t) - m_{\text{eq}}}{m_0 - m_{\text{eq}}} ?$$

$$X(x, t) = \frac{m(x, t) - m_s}{m_s} \quad (34)$$

$$X_{\text{eq}} = \frac{m_{\text{eq}} - m_s}{m_s} \quad (35)$$

$$X_0 = \frac{m_0 - m_s}{m_s} \quad (36)$$

Le rapport entre les expressions {(34) - (35)} et {(36) - (35)} conduit à l'expression (37).

$$\frac{X(x, t) - X_{\text{eq}}}{X_0 - X_{\text{eq}}} = \frac{m(x, t) - m_{\text{eq}}}{m_0 - m_{\text{eq}}} \quad (37)$$

Donc, $m^*(x, t) = X^*(x, t)$

$$m^*(x, t) = \frac{m(x, t) - m_{\text{eq}}}{m_0 - m_{\text{eq}}}$$

avec m_0 et m_{eq} sont respectivement la masse initiale et la masse à l'équilibre de l'échantillon.

Mais la masse est une mesure globale sur l'échantillon, elle ne dépend de la position, la réponse est donc que la masse $m^*(t)$ est la moyenne sur l'échantillon de $X^*(x,t)$ soit :

$$\overline{X^*}(t) = \frac{1}{e} \int_0^e X^*(x,t) \cdot dx$$

$$\overline{X^*}(t) = \sum_{m=1}^{\infty} e^{-D_m \beta_m^2 t} \cdot G(\beta_m) \cdot \frac{1}{e} \int_0^e \Psi(x, \beta_m) \cdot dx$$

$$\overline{X^*}(t) = \sum_{m=1}^{\infty} e^{-D_m \beta_m^2 t} \cdot G(\beta_m) \cdot \frac{1}{e} \int_0^e [H \sin(\beta_m x) + \beta_m \cos(\beta_m x)] \cdot dx$$

$$\overline{X^*}(t) = \sum_{m=1}^{\infty} e^{-D_m \beta_m^2 t} \cdot \frac{2e}{2B_i + (\beta_m e)^2} \cdot \frac{B_i + \beta_m e \sin(\beta_m e) - B_i \cos(\beta_m e)}{\beta_m e} \cdot \frac{B_i - B_i \cos(\beta_m e) + \beta_m e \sin(\beta_m e)}{\beta_m e^2}$$

En posant que: $v_m = \beta_m e$, l'expression (IV.44) devient alors:

$$\overline{X^*}(t) = 2 \sum_{m=1}^{\infty} e^{-\frac{v_m^2 D_m}{e^2} t} \cdot \left[\frac{B_i + v_m \sin v_m - B_i \cos v_m}{2B_i + v_m^2 + B_i^2} \right] \cdot \left[\frac{B_i + v_m \sin v_m - B_i \cos v_m}{v_m^2} \right] \quad (38)$$

4. SIMULATION NUMERIQUE

Nous avons utilisé un algorithme basé sur la méthode d'optimisation Toolbox qui étend l'environnement de calcul scientifique MatLab avec des outils et des algorithmes largement utilisés pour une optimisation standard et à grande échelle.

Ces algorithmes résolvent les problèmes continus et discrets avec et sans contrainte. La boîte à outils inclut des fonctions pour la programmation linéaire, la programmation quadratique, l'optimisation non linéaire, les moindres carrés non linéaires, les équations non linéaires, l'optimisation à plusieurs objectifs et la programmation d'entier binaire.

Cet algorithme contient les méthodes les plus largement utilisées pour la minimisation et la maximisation. L'interface en ligne de commande vous permet d'accéder aux outils pour définir, effectuer et évaluer votre optimisation. Vous pouvez par ailleurs manipuler et diagnostiquer votre optimisation en employant les sorties de diagnostic des méthodes d'optimisation.

En utilisant une fonction de sortie, vous pouvez également écrire les résultats dans des fichiers, créer vos propres critères d'arrêt et écrire vos propres interfaces graphiques pour exécuter les solveurs de la boîte à outils.

lsqcurvefit résout la courbe d'ajustage de précision non-linéaire (data-fitting) du problème dans le sens des moindres carrés.

On fait entrer les données d'entrées (xdata), et on observe les données de sortie (ydata), trouver le coefficient x de l'équation 'best-fit'.

$$\min_x \frac{1}{2} \| F(\text{param}, \text{xdata}) - \text{ydata} \|^2 = \frac{1}{2} \sum_i (F(\text{param}, \text{xdata}_i) - \text{ydata}_i)^2$$

Où, xdata et ydata sont des vecteurs et $F(x, \text{xdata})$ est une fonction évaluée par un vecteur.

$$\min_x \frac{1}{2} \| \overline{X}^* (D_m, Bi, t) - m_{\text{exp}}^*(t) \|^2 = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{i=n} [m^* (D_m, Bi, t) - m_{\text{exp}}^*(t)]^2$$

Ligne de commande

[x, resnorm, residual] = **lsqcurvefit** (fun, x0, xdata, ydata, lb, ub, options, P1, P2, ...)

En entrée

- ◆ Le vecteur x_0 contient la valeur supposée du coefficient de diffusion massique D_m et la valeur supposée du nombre de Biot Bi : $x_0 = (D_0, Bi_0)$
- ◆ Le vecteur xdata contient la variable temps $xdata = (t_0, t_1, t_2, \dots, t_n)$
- ◆ Le vecteur ydata contient la masse mesurée $m(t) = (m_0, m_1, m_2, \dots, m_n)$.

En sortie

- ◆ Le vecteur x contient la valeur du coefficient de diffusion massique D_m et la valeur du nombre de Biot Bi : $x = (D_m, Bi)$
- ◆ resnorm contient la valeur de χ^2
- ◆ residual contient le vecteur écart $m^*(t_i) - m_{\text{exp}}^*(t_i)$.

5. ETUDE EXPERIMENTALE

5.1 Protocole expérimental

Séchage d'un échantillon: Mesure dynamique de la perte de masse $m^*(t)$, le dispositif est constitué:

- D'une étuve réglable en température;

- D'une balance électronique de précision (120 g, 10^{-4} g) avec Interface série RS232/V24 pour la transmission de données et menu d'un système de pesée par dessous;
- D'un ordinateur Pentium 4;
- Du logiciel d'acquisition des données, MatLab.

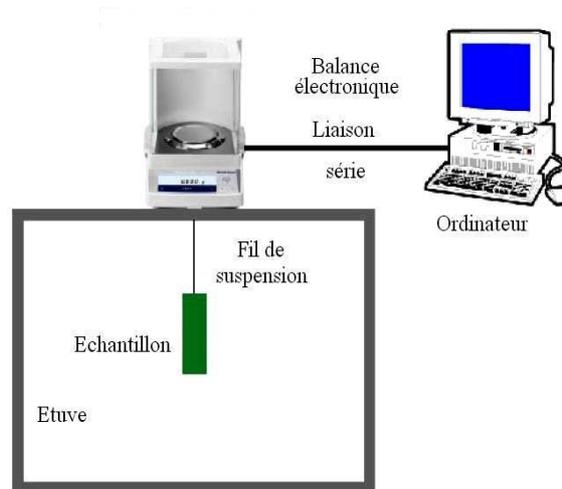


Fig. 2 : Schéma du dispositif expérimental

5.1 Méthode expérimentale

Une étuve a été utilisée pour sécher la feuille de menthe, comme montré dans le dispositif expérimental (Fig. 2).

La feuille a été placée dans l'étuve, accroché par un fil de suspension, qui est attaché au fond d'une balance électronique. La feuille a été partiellement protégée par un mur en métal pour éviter l'effet de la circulation d'air. La température de séchage a été fixée et surveillée par deux thermocouples, un près de l'échantillon et l'autre dans l'étuve.

Avant de commencer le séchage, la feuille a été bien découpée sous une forme rectangulaire ensuite pesée.

Les résultats expérimentaux sur la perte de masse ont été assemblés jusqu'à ce que la masse constante ait été obtenue. La perte de masse a été surveillée sans interruption. Les conditions de séchage étaient maintenues constantes pendant toute la durée de l'expérience.

La perte de masse pendant le séchage a été enregistrée via un ordinateur connecté à la balance électronique.

5.3 Résultats expérimentaux et discussions

Les expériences ont été effectuées aux températures 35 °C, 45 °C et 55°C. Dans la figure 4, nous avons représenté trois courbes donnant l'évolution au cours du temps de la teneur en eau réduite du produit pour les trois températures.

Et dans la figure 5, nous avons rapporté la variation de la vitesse de séchage en fonction de la teneur en eau [3, 4].

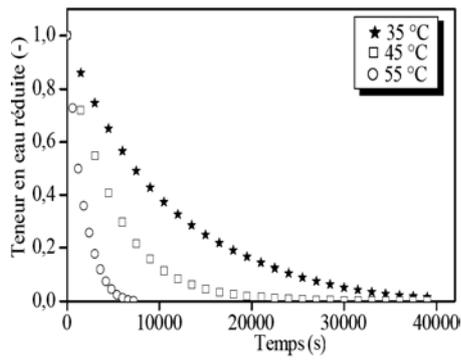


Fig. 4: Teneur en eau réduite en fonction du temps

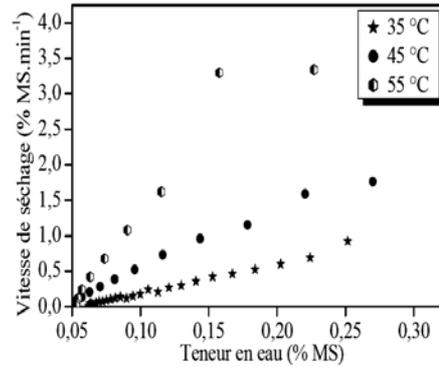


Fig. 5: Variation de la vitesse de séchage en fonction de la teneur en eau

6. COMPARAISON ENTRE LES RESULTATS EXPERIMENTAUX ET NUMERIQUES

Sur la figure 6, on représente un exemple des résultats théoriques découlant du modèle mathématique (courbe continue) à côté des résultats expérimentaux (points), pour le produit étudié.

Cette figure représente la teneur en eau réduite en fonction du temps de séchage.

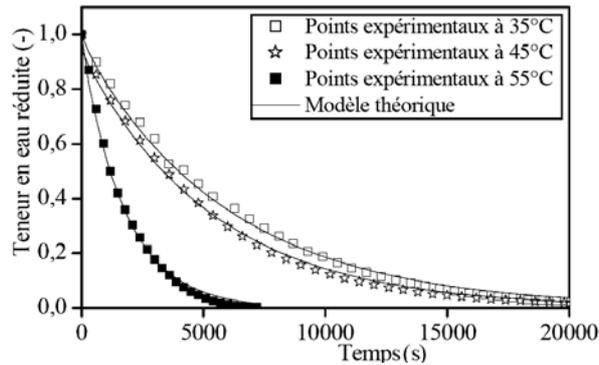


Fig. 6: Comparaison entre les cinétiques expérimentales et calculées selon le modèle

A titre d'exemple de la bonne qualité de cette identification, nous avons représenté dans les figures 7, 8 et 9, les courbes donnant l'évolution au cours du temps de la teneur en eau du produit prédite par le modèle (courbe continue) et celles déterminées expérimentalement (points).

Cette concordance entre les points expérimentaux et les points théoriques calculés par le modèle nous paraît satisfaisante pour arrêter le calcul.

Le coefficient de diffusion de l'eau dans le matériau à sécher et le nombre de transfert Biot sont donnés le **Tableau 1**.

La variation du coefficient de diffusion en fonction de la température est donnée dans la figure 10 [6, 7].

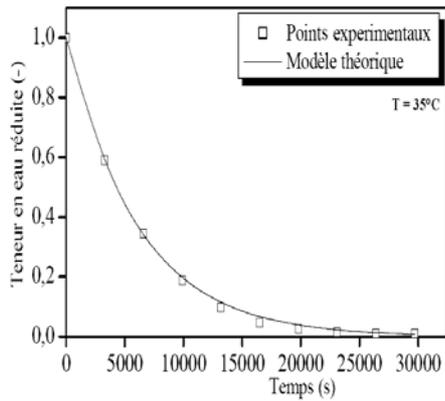


Fig. 7: Comparaison entre une cinétique expérimentale et calculée selon le modèle à 35°C

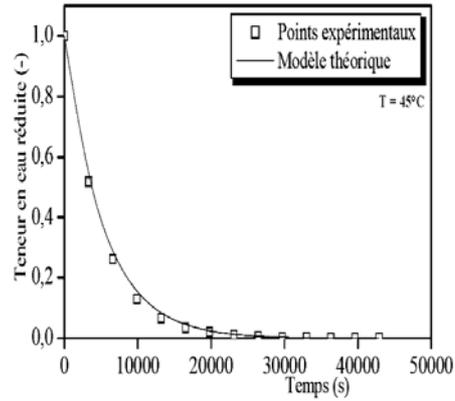


Fig. 8: Comparaison entre une cinétique expérimentale et calculée selon le modèle à 45°C

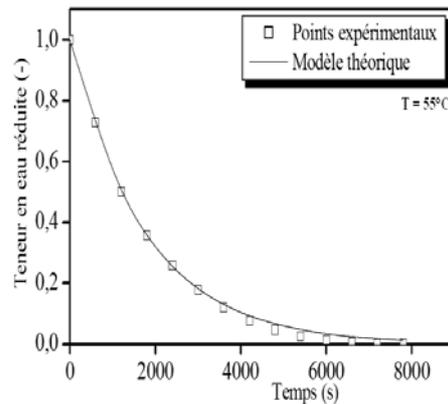


Fig. 9: Comparaison entre une cinétique expérimentale et calculée selon le modèle à 55°C

Tableau 1: Variation du coefficient de diffusion et de nombre de transfert Biot en fonction de la température

Température (°C)	Coefficient de diffusion (m^2/s)	Nombre de transfert Biot
35	9.155×10^{-12}	7
45	9.326×10^{-12}	5
55	3.288×10^{-11}	3

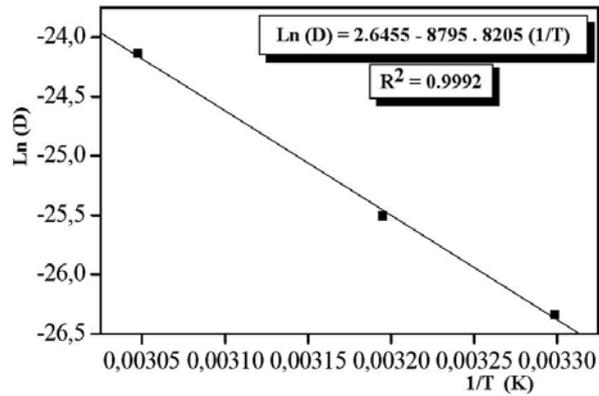


Fig. 10: Influence de la température sur le coefficient de diffusion de la feuille de menthe

7. CONCLUSION

Un modèle diffusif isotherme a été proposé. Il est basé sur les phénomènes de transferts de matière. La méthode de résolution basée sur l'optimisation toolbox (minimisation) a été utilisée pour confronter les résultats les résultats théorie et expérimentaux [8].

Cette confrontation a permis de conclure que les cinétiques de séchage de la feuille de menthe fournies par ce modèle mathématique, est fiable.

Le coefficient de diffusion de l'eau dans le matériau à sécher et le nombre de transfert Biot ont été identifiés par ce modèle, suivant différentes températures et humidités du produit.

Les résultats obtenus s'avèrent compatibles avec ceux trouvés dans la littérature [5, 6].

NOMENCLATURE

D_{eff} : Coefficient de diffusion (m^2/s)	M.H. : Masse humide (kg)
Bi : Nombre de transfert Biot (-)	M.S. : Masse sèche (kg)
e : Epaisseur du produit (mm)	t : Temps de séchage (min)
T : Température absolue (K)	θ : Température, ($^{\circ}\text{C}$)
χ^2 : ki- carrée réduite (-)	X_{eq} : Teneur en eau d'équilibre (kg eau/kg MS)
X : Teneur en eau à un instant t (kg eau/kg MS)	X_0 : Teneur en eau initiale (kg eau/kg MS)
$X_{\text{exp},i}^*$: $i^{\text{ème}}$ teneur en eau réduite expérimentale (-)	$X_{\text{pre},i}^*$: $i^{\text{ème}}$ teneur en eau réduite prédite par le modèle diffusif (-)

REFERENCES

- [1] I. Doymaz, 'Thin-Layer Drying Behaviour of Mint Leaves (*Mentha spicata L.*)', Journal of Food Engineering, Vol. 74, N°3, pp. 370 - 375, 2006.
- [2] J.R. Philip and D.A. De Vries, 'Moisture Movement in Porous Materials under Temperature Gradients', Transaction of the American Geophysics Union, Vol. 38, N°2, pp. 222 – 232, 1957.
- [3] M.N. Özisik, 'Heat Conduction', 2nd Ed., John Wiley & Sons, New York, 1993.
- [4] C.S. Ethmane Kane, M. Kouhila, A. Lamharrar, A. Idlimam and A. Mimet, 'Moisture Sorption Isotherms and Thermodynamic Properties of Tow Mints: *Mentha pulegium* and *Mentha rotundifolia*', Revue des Energies Renouvelables, Vol. 11, N°2, pp. 181 - 195, 2008.
- [5] K.J. Park, Z. Vohnikova and F.P.R. Brod, 'Evaluation of Drying Parameters and Desorption Isotherms of Garden Mint Leaves (*Mentha Crispa. L*)', Journal of Food Engineering, Vol. 51, N°3, pp. 193 – 199, 2002.
- [6] M.C. Gely and S.A. Giner, 'Diffusion Coefficient Relationships during Drying of Soya Bean Cultivars', BiosystemsEngine, Vol. 96, N°2, pp. 213 - 222, 2007.
- [7] C. Ertekin and O. Yaldiz, 'Drying of Eggplant and Selection of a Suitable Thin Layer Drying Model', Journal of Food Engineering, Vol. 63, N°3, pp. 349 – 359, 2004.
- [8] P.S. Madamba, H. Robert and Ken A. Buckle, 'Thin-Layer Drying Characteristics of Garlic Slices', Journal of Food Engineering, Vol. 29, N°1, pp. 75 – 97, 1996.