

## Simulation numérique de l'écoulement compressible supersonique Application aux tuyères propulsives à combustible liquide hydrogène

El-Ahcene Mahfoudi <sup>1\*</sup>, Abderrahmane Gahmousse <sup>2</sup>,  
Athmane Harizi <sup>3</sup>, Kamel Talbi <sup>1</sup> et Abdellah Hadjadj <sup>4</sup>

<sup>1</sup> Département de Génie Mécanique, Université des Frères Mentouri,  
Route El Bey, Constantine, Algérie

<sup>2</sup> Laboratoire d'Energétique & Turbomachines, Département de Génie Mécanique,  
Université Cheikh Larbi Tébessi, Tébessa, Algérie

<sup>3</sup> Faculté des Sciences et Technologie, Université Larbi Ben M'hidi,  
Ain Beida, Algérie

<sup>4</sup> Institut National des Sciences Appliquées, LMFN-CORIA UMR 6614 CNRS  
Avenue de l'Université, 76801 Saint Etienne du Rouvray, France

(reçu le 15 Juillet 2012 - accepté le 30 Septembre 2012)

**Résumé** - Ce travail porte sur la simulation numérique de l'écoulement supersonique adapté dans les tuyères propulsives où le gaz d'essai supposé parfait est le gaz de combustion de l'Hydrogène. Il vise à déterminer les paramètres de l'écoulement Eulérien supersonique dans la tuyère convergente divergente. La méthode numérique utilisée pour la résolution de l'écoulement est basée sur une approche des volumes finis en coordonnées généralisées. L'intégration du système pour les équations de conservation d'Euler s'effectue sur un volume élémentaire quadrilatère. Dans cette étude, le traitement des flux convectifs est effectué en utilisant la méthode de Roe. Pour la discrétisation temporelle des équations, un schéma explicite de type Runge-Kutta du second ordre est utilisé.

**Abstract** - This work focuses on the numerical simulation of supersonic flow in propelling nozzle. Test gas is the combustion gas of Hydrogen, it is assumed to be an ideal gas. The study aims to determine the parameters of the flow in the supersonic Euler converging-diverging nozzle. Discretisation and numerical solution of Euler equations are based on the theory of hyperbolic systems. The numerical method used for solving the flow is based on a finite volume approach in generalized coordinates with the use of structured meshes. Integration system for the conservation equations Euler is carried out on an elementary volume quadrilateral. In this study the treatment of convective flow is performed using the method of Roe. For the time discretisation of the equations, an explicit scheme of Runge-Kutta second order is used.

**Mots clés:** Tuyère propulsive - Hydrogène - Ecoulement compressible - Jet supersonique - Modélisation - Volumes finis.

### 1. INTRODUCTION

Dès les origines de l'industrie spatiale, l'hydrogène a immédiatement joué un rôle important en tant que carburant des moteurs fusées. L'hydrogène est le carburant qui concentre le plus d'énergie pour une masse donnée. La combustion de l'hydrogène produit une énorme quantité de vapeur d'eau qui est détendue à très grande vitesse à travers la tuyère du moteur Vulcain d'Ariane 5. C'est l'éjection de gaz à grande vitesse qui va propulser la fusée, selon le principe d'action réaction.

\* [el\\_mahfoudi@yahoo.fr](mailto:el_mahfoudi@yahoo.fr)

Le domaine pratique de l'étude est les tuyères propulsives des moteurs-fusées à combustible liquide l'hydrogène. Ce domaine de l'aérospatial est le point de départ vers un grand nombre de domaines aussi bien civils que militaires: l'internet, la télévision, la communication téléphonique, les satellites artificiels en orbites géostationnaires, les lanceurs spatiaux.

Ce domaine d'étude est devenu après la seconde guerre mondiale un domaine d'actualité, de concurrence et compétitive entre les Etats-Unis, l'Union Européenne, la Russie, le Japon et la Chine. Plusieurs agences de programmes (ESA, CNES, SNSB,...), d'organismes de recherches (NASA, ONERA, NASDA, DLR, LEA-Poitier,...) et industriels (Boeing, Rocketdyne, Pratt & Whitney, Snecma Moteurs, Volvo AC, Astrium, Mitsubishi Heavy Industries,...) travaillent sur l'amélioration des performances des moteurs-fusées et les tuyères propulsives.

Les écoulements dans les tuyères propulsives ont fait l'objet de plusieurs travaux expérimentaux, numériques et de thèses de doctorat [1-23]. Le présent travail est l'une des orientations et contributions réalisées dans ce domaine d'actualité [24-27].

## 2. MISE EN FORME DES EQUATIONS D'EULER

Les équations d'Euler régissent les écoulements de gaz parfaits adiabatiques (i.e. dans lesquels on néglige les effets de viscosité et de transfert de chaleur).

Ainsi, pour un écoulement Eulérien bidimensionnel, dont les forces de pesanteur sont négligeables, les équations à résoudre, exprimées dans un repère cartésien  $(x, y)$ , prennent la forme suivante [28, 29]:

\* *Continuité (conservation de la masse)*

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u}{\partial x} + \frac{\partial \rho v}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

\* *Quantité de mouvement selon x*

$$\frac{\partial \rho u}{\partial t} + \frac{\partial (p + \rho u^2)}{\partial x} + \frac{\partial \rho u v}{\partial y} = 0 \quad (2)$$

\* *Quantité de mouvement selon y*

$$\frac{\partial \rho v}{\partial t} + \frac{\partial \rho u v}{\partial x} + \frac{\partial (p + \rho v^2)}{\partial y} = 0 \quad (3)$$

\* *Equation d'énergie*

$$\frac{\partial \rho E_t}{\partial t} + \frac{\partial (\rho E_t + p)u}{\partial x} + \frac{\partial (\rho E_t + p)v}{\partial y} = 0 \quad (4)$$

\* *Equation des gaz parfaits*

$$p = \rho \times R T \quad (5)$$

Avec  $\rho$ , la masse volumique,  $p$ , la pression statique,  $u$  et  $v$ , les composantes du vecteur vitesse et  $E_t$ , l'énergie totale par unité de masse. Les quatre équations (1 à 4) de bilan et l'équation d'état (5) lient l'évolution des cinq grandeurs inconnues  $\rho$ ,  $p$ ,  $u$ ,  $v$ ,  $E_t$ .

### 3. DONNEES DU PROBLEME

On considère la tuyère du moteur Vulcain2 d'Ariane 5. Les conditions génératrices régnant dans la chambre de combustion sont:  $P_0 = 115$  Bars,  $T_0 = 3655$  K.

Les gaz de combustion (Hydrogène liquide + Oxygène liquide) sont assimilés à un gaz parfait de constante  $r_{\text{gaz}} = 519.23$  J/kg.K, avec un coefficient de détente isentropique  $\gamma = 1.2$ .

La vitesse d'éjection dans le vide des gaz est de 4228 m/s. Le profil de la tuyère Vulcain est connu. (Données: voir Site Internet du constructeur SNECMA).

### 4. DOMAINE DE CALCUL ET CONDITIONS AUX LIMITES

En profitant de la symétrie de l'écoulement par rapport à l'axe de la tuyère, le domaine de calcul est réduit à une demi tuyère délimité par les frontières suivantes (Fig.1):

- une *entrée* représentée par un segment de droit vertical, où l'écoulement est subsonique. Il faut imposer deux conditions aux limites qui sont la pression et la température génératrices.
- une frontière inférieure constituée d'un *axe de symétrie* horizontal, où une condition de symétrie est appliquée.
- une *sortie* représentée par un segment de droit vertical, où l'écoulement est supersonique. Aucune condition aux limites n'est à imposer (extrapolation).
- une frontière supérieure constituée par la *paroi* de la tuyère. Une condition de non-glissement est imposée.

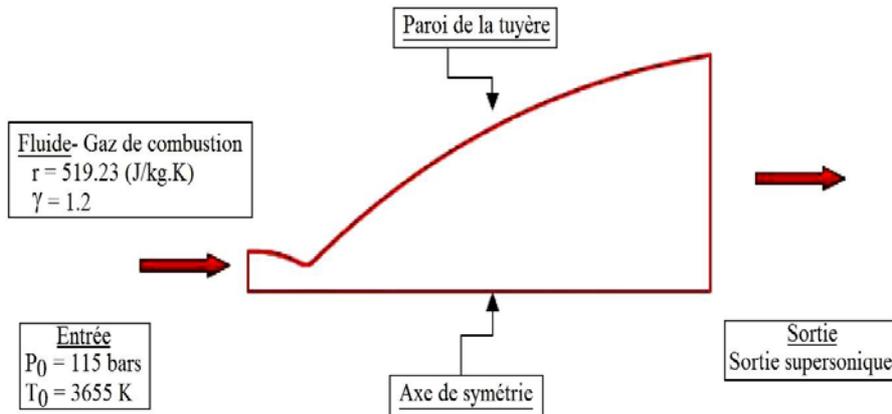


Fig. 1: Domaine de calcul et conditions aux limites

## 5. MAILLAGE

Plusieurs grilles de maillage sont utilisées pour étudier l'indépendance des résultats du maillage. Ces maillages sont raffinés dans la région du col et près de la paroi (les régions où les propriétés locales de l'écoulement varient rapidement).

Le maillage utilisé pour les calculs, comprend 301 points selon la direction X et 61 points dans la direction Y. (Fig. 2)

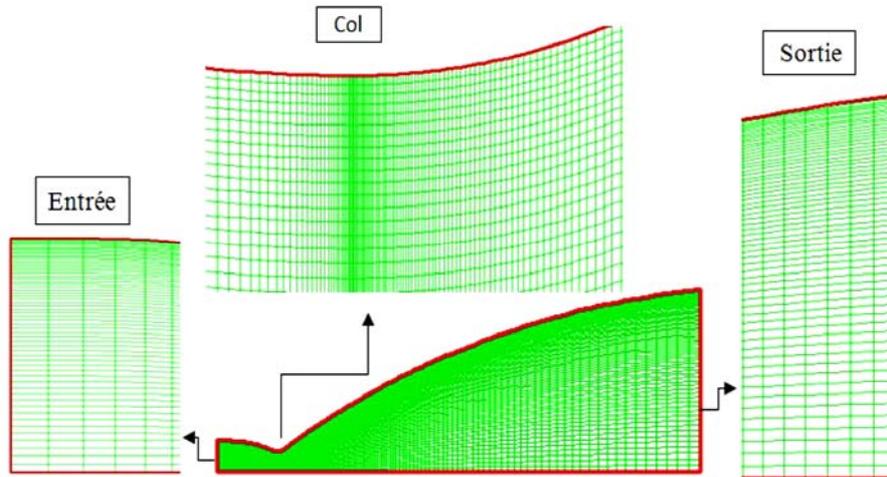


Fig. 2: Maillage 301 points en X et 61 points en Y

## 6. RESULTATS ET INTERPRETATIONS

On considère le régime supersonique adapté dans la tuyère du moteur Vulcain2. La figure 3 montre la distribution du nombre de Mach dans la tuyère.

Dans le convergent, l'écoulement est subsonique ( $Mach < 1$ ). L'écoulement dans le col est transsonique ( $0.8 < Mach < 1.2$ ). Dans le divergent, l'écoulement devient supersonique et atteint une valeur maximal égale à 3.33 à la sortie de la tuyère.

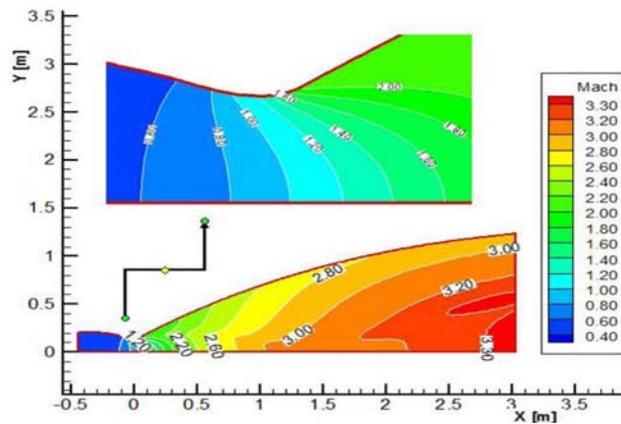


Fig. 3: Distribution du nombre de Mach 'Iso-Mach'

Ainsi le profil convergent divergent de la tuyère permet d'accélérer les gaz d'une vitesse subsonique à une vitesse supersonique.

La figure 4 présente l'évolution du nombre de Mach au niveau de l'axe de la tuyère.

L'écoulement du fluide suit le profil de la tuyère. A la paroi, la vitesse n'est pas nulle pour l'écoulement Eulérien.

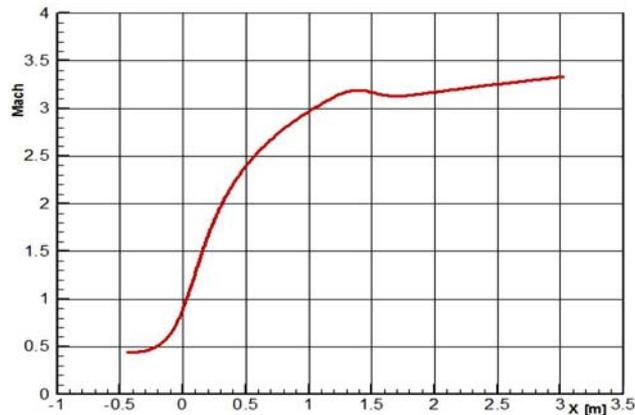


Fig. 4: Evolution du nombre de Mach le long de l'axe de la tuyère

La figure 5 montre la condition de glissement qui consiste à écrire que le vecteur vitesse est tangent à la paroi. La même condition s'applique sur l'axe de la tuyère pour le vecteur vitesse (Fig. 5).

La vitesse maximale du jet de gaz obtenu par le code est égale à 4215 m/s. Cette vitesse est très projet de la vitesse donnée par le constructeur ( $V = 4228$  m/s).

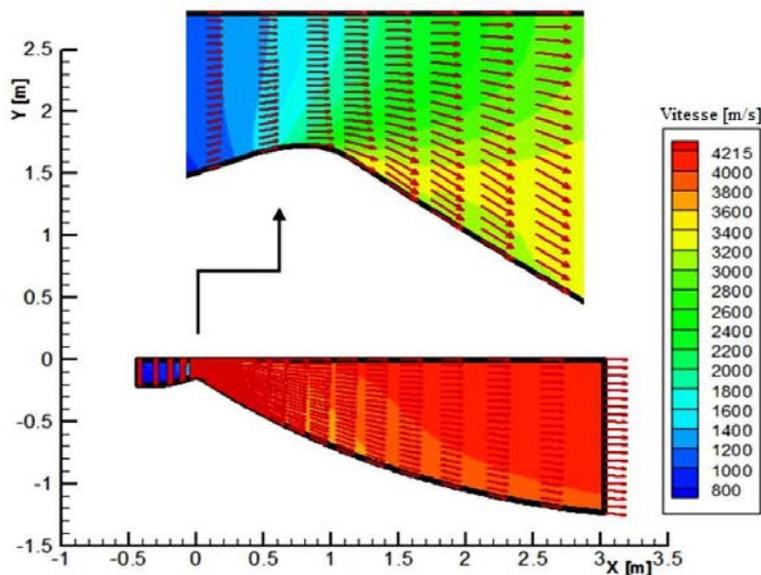


Fig. 5: Direction des vecteurs vitesses avec condition de glissement à la paroi

Dans la tuyère convergente-divergente, les gaz subissent une grande opération de détente pour transformer l'énergie thermique et l'énergie de pression des gaz en énergie cinétique.

La figure 6 montre la chute de la pression statique dans la tuyère vulcain2. Les gaz se détendent de la pression 1.15 bars dans la chambre de combustion à la pression 1.28 bars à la sortie de la tuyère.

La figure 7 montre le profil de la pression statique axiale pour la tuyère Vulcain complètement amorcée fonctionnant en régime supersonique adapté.

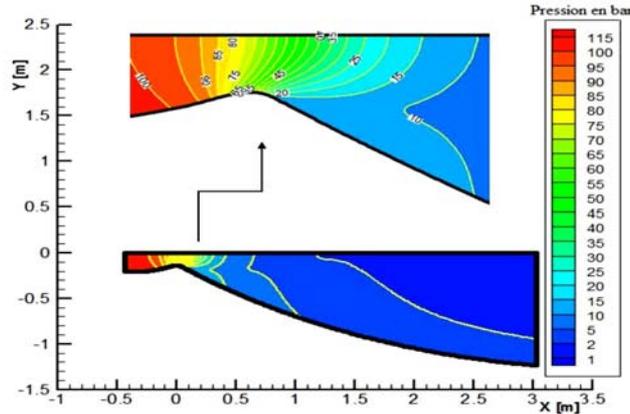


Fig. 6: Distribution de la pression statique en bars

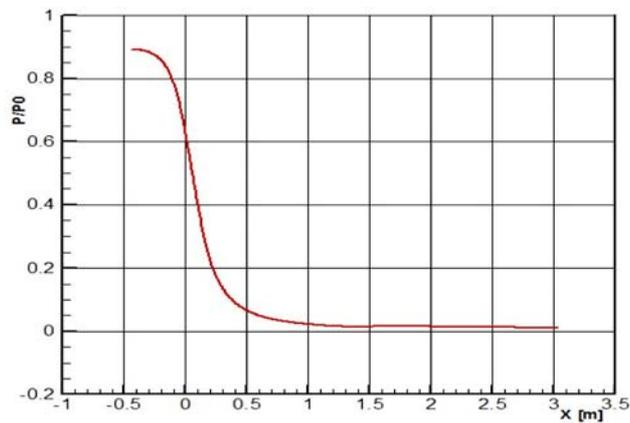


Fig. 7: Profil de pression statique axiale adimensionnelle

## 7. CONCLUSION

Un code pour la résolution des écoulements compressibles, basé sur la méthode des volumes finis est utilisé. Le code de calcul est un code instationnaire, l'évolution temporelle est réalisée par la méthode explicite de Runge-Kutta du second ordre. Le schéma de Roe est utilisé pour la modélisation de la partie convective non linéaire des équations d'Euler compressibles.

Les résultats obtenus par le code appliqué à la tuyère du moteur Vulcain2 à combustible hydrogène sont en bon accord avec les données techniques du constructeur SNECMA.

Pour les perspectives, un intérêt particulier sera donné à la combustion hydrogène oxygène et aux conditions aux limites basé sur la théorie des caractéristiques. La maîtrise et l'incorporation dans le code de nouveaux schémas de la famille TVD. Enfin le passage à la méthode implicite pour réduire le temps de calcul.

## REMERCIEMENTS

Nous remercions le Professeur A. Hadjadj de l'Institut National des Sciences Appliquées, LMFN-CORIA UMR 6614 CNRS, France pour les stages de formation et la disponibilité de la documentation dans le domaine de la simulation numérique des écoulements compressibles.

## REFERENCES

- [1] W.J. Baars, C.E. Tinney, J.H. Ruf, A.M. Brown and D.M. McDaniels, 'Wall Pressure Unsteadiness and Side Loads in Overexpanded Rocket Nozzles', AIAA Journal, Vol. 50, N°1, pp. 61 – 73, 2012.
- [2] B.W. Donald, W.J. Baars and C.E. Tinney, 'Acoustic Characterization of Sub-Scale Rocket Nozzles', 50<sup>th</sup> AIAA Aerospace Sciences Meeting including the New Horizons Forum and Aerospace Exposition, Nashville, Tennessee, USA, pp. 1 – 14, 09-12 January 2012, AIAA 2012-0544
- [3] A.M. Brown, D.M. McDaniels and J.H. Ruf, 'Details of Side Load Test Data and Analysis for a Truncated Ideal Contour Nozzle and a Parabolic Contour Nozzle', 46<sup>th</sup> AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference and Exhibit, AIAA 2010-6813, 26-28 July 2010.
- [4] R. Stark and B. Wagner, 'Experimental Study of Boundary Layer Separation in Truncated Ideal Contour Nozzles', Shock Waves, Vol. 19, N°3, pp. 185 – 191, 2009.
- [5] Y. Perrot, 'Etude, Mise au Point et Validation de Modèles de Turbulence Compressible', Thèse de Doctorat, Institut National des Sciences Appliquées de Rouen, 2006.
- [6] A. Hadjadj and A. Kudryavtsev, 'Computation and Flow Visualization in High-Speed Aerodynamics', Journal of Turbulence, Vol. 6, N°16, pp. 1 - 25, 2005.
- [7] J. Östlund, T. Damgaard and M. Frey, 'Side-Load Phenomena in Highly Overexpanded Rocket Nozzles', Journal of Propulsion and Power, Vol. 20, N°4, pp. 695 – 704, 2004.
- [8] C. Pilinski and A. Nebbache, 'Unsteady Separated Two-Throat Nozzle Flows', Flow, Turbulence and Combustion, Vol. 71, N°1-4, pp. 247 – 259, 2003.
- [9] S. Deck, 'Simulation Numériques des Charges Latérales Instationnaires sur des Configurations de Lanceurs', PhD Thesis, Université d'Orléans, 2002.
- [10] C. Pilinski, 'Etude Numérique du Décollement en Tuyères Supersoniques', Thèse de Doctorat, INSA de Rouen, 2002.
- [11] M. Frey, 'Behandlung von Strömungsproblemen in Raketendüsen bei Überexpansion', PhD Thesis, Universität de Stuttgart, Allemagne, 2001.

- [12] A. Gross and C. Weiland, 'Investigation of Shock Patterns and Separation Behaviour of Several Subsonic Nozzles', 36<sup>th</sup> AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference and Exhibit, AIAA Paper 2000-3293, 2000.
- [13] S. Gerard, 'Etude des Charges Latérales dans une Tuyère Supersonique Surdétendue', Thèse de Doctorat, Université de Poitiers, 1999.
- [14] M. Frey and G. Hagemann, 'Flow Separation and Side-Loads in Rocket Nozzles', 35<sup>th</sup> AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference and Exhibit, Los Angeles, CA, June 20-24, 1999, AIAA Paper 99-2815, 1999.
- [15] A. Hadjadj, 'Analyse Physique et Simulation Numérique des Écoulements Compressibles: Applications aux Tuyères de Propulseur', PhD Thesis, Université de Rouen, 1997.
- [16] C.L. Chen and S.R. Chakravarthy, 'Numerical Investigation of Separated Nozzle Flows', AIAAJournal, Vol. 32, N°9, pp. 1836 - 1843, 1994.
- [17] J. Delary, 'Aérodynamique Interne: Tuyère et Arrières Corps', Département Aérodynamique, Ecole Nationale Supérieure de l'aéronautique et de l'Espace, Edition Lavoisier, 356 p., 1989.
- [18] D. Papamoschou and A. Roshko, 'The Turbulent Compressible Shear Layer: An Experimental Study', Journal of Fluid Mechanics, Vol. 197, pp. 453 - 477, 1988.
- [19] L.H. Nave and G.H. Coffey, 'Sea Level Side Loads in High-Area- Ratio Rocket Engines', AIAA/SAE, 9<sup>th</sup> Propulsion Conference, AIAA Paper 1973-1284, Nov. 1973.
- [20] R.H. Schmucker, 'Flow Processes in Overexpanded Chemical Rocket Nozzles. Part 1: Flow Separation', NASA TM-77396, pp. 1 - 55, 1973.
- [21] H.O. Amann, 'Experimental Study of the Starting Process in a Reflection Nozzle', Physics of Fluids, Vol. 12, pp. 1150 - 1153, 1969.
- [22] R.A. Lawrence, 'Symmetrical and Unsymmetrical Flow Separation in Supersonic Nozzles', Research Report Number 67-1, Southern Methodist University, 1967.
- [23] E. Mahfoudi et A. Gahmousse, 'Simulation Numérique de l'Écoulement Supersonique Adapté dans la Tuyère Convergente Divergente', 1<sup>ères</sup> Journées Nationales de l'Ingénierie Mécanique, Université de Constantine, 13-14 Juin 2006.
- [24] E. Mahfoudi et A. Gahmousse, 'Simulation Numérique des Différents Régimes de Fonctionnement d'une Tuyère Supersonique', Conférence sur les Sciences de la Mécanique, CSM'2006, Oum El Bouaghi, 18-20 Novembre 2006.
- [25] A. Harizi, E. Mahfoudi et A. Gahmousse, 'Simulation de l'Écoulement et de l'Échange de Chaleur dans un Canal de Refroidissement', 2<sup>ème</sup> Conférence Internationale sur les Sciences de la Mécanique, 'CISM 08', Oum El Bouaghi, 16-18 Novembre 2008.
- [26] E. Mahfoudi, A. Harizi, K. Talbi et A. Gahmousse, 'Résolution Numérique de l'Écoulement Compressible Eulérien Bidimensionnel. Applications aux Tuyères Propulsives', JM'EMP08, EMP, Bordj El Bahri, 10-11 Avril 2012.
- [27] P. Chassaing, 'Mécanique des Fluides, Éléments d'un Premier Parcours', Cepadues Editions 2000.