

Etude numérique de la convection naturelle dans une enceinte rectangulaire en présence d'un gradient de température et une génération de chaleur interne

Rabiaa Soualmi ^{1*}, Abderrahmane Benbrik ¹, Mohammed Cherifi ¹,
Denis Lemonnier ² et Siham Laouar-Meftah ¹

¹ Laboratoire de Fiabilité des Equipements Pétroliers et Matériaux,
Université M'Hamed Bougara, Boumerdès, Algérie

² Institut P², CNRS, ENSMA, Université de Poitiers, France

(reçu le 15 Septembre 2018 - accepté le 30 Septembre 2018)

Résumé - Le travail que nous présentons est une étude numérique de la circulation d'air par convection naturelle dans une enceinte rectangulaire en présence de gradient de température et une source de chaleur interne. Les parois, verticale de droite et celle du haut, sont maintenues à des températures constantes T_c et T_f respectivement ($T_c > T_f$) et les autres parois adiabatiques. Les équations gouvernantes sont résolues par la méthode des volumes finis en adoptant l'algorithme Simple. Les paramètres principaux considérés sont le nombre de Rayleigh externe RaE , qui représente l'effet dû au chauffage différentiel entre la paroi vertical de droite et celle du haut, et le nombre de Rayleigh interne RaI représentant la force de génération de la source de chaleur interne. Ainsi, que le rapport de forme lié à la géométrie de l'enceinte (Ar). Différents cas de simulations ont été réalisés en fonction de $RaE=10^3, 10^7$, en présence ou non de la source de chaleur interne (cas 1- $RaI = 10^5$ et cas 2- $RaI = 0$), et 03 cas de valeurs de $Ar = 0.25, 1$ et 2 . L'analyse des résultats obtenus a montré les effets sur la structure des écoulements, le champ de température et le transfert de chaleur.

Abstract - The work we present is a numerical study of air circulation by natural convection in a rectangular enclosure in the presence of temperature gradient and an internal heat source. The right and top vertical walls are maintained at constant temperatures T_c and T_f respectively ($T_c > T_f$) and the adiabatic walls. The governing equations are solved by the finite volume method using the Simple algorithm. The main parameters considered are the number of external Rayleigh RaE , which represents the effect due to the differential heating between the right and top vertical walls, and the number of internal Rayleigh RaI representing the generation force of the internal heat source. Thus, as well as the shape ratio related to the geometry of the enclosure (Ar). Different cases of simulations were performed according to $RaE=10^3, 10^7$, with or without the internal heat source (case 1- $RaI = 10^5$ and case 2- $RaI = 0$), and 03 cases of Ar values = $0.25, 1$ and 2 . The analysis of the results obtained showed the effects on the flow structure, temperature field and heat transfer.

Mots clés: Convection naturelle - Enceintes rectangulaires - Volumes finis, Source de chaleur interne.

1. INTRODUCTION

La convection naturelle dans les enceintes a toujours suscité un intérêt scientifique aux chercheurs. De nombreuses études théoriques et expérimentales ont été effectuées. La majorité de ces études sont liées au chauffage latéral [1-4] ou le chauffage par le bas [5]. Bien que de nombreuses conditions aux limites soient présentes dans la pratique, il existe un nombre limité d'étude disponible dans la littérature portant sur des conditions aux limites plus complexes.

* r.soualmi@univ-boumerdes.dz ; abderrahmane.benbrik@univ-boumerdes.dz

Aydin *et al.*, [6] ont examiné numériquement la convection naturelle laminaire de l'air dans une enceinte bidimensionnelle chauffée d'un côté et refroidi par le haut. Leur but était d'étudier l'effet de nombre de Rayleigh variant de 10^3 à 10^7 et le rapport de forme dont les valeurs varient de 0.25 à 4 (0.25, 0.5, 1, 2, 4) sur le mode d'écoulement et de transport d'énergie.

Une étude numérique de l'écoulement dû à la convection laminaire dans une enceinte carrée inclinée chauffée d'un côté et refroidie par le côté adjacent a été réalisée par Aydin [8]. Wen-Jei-Yang *et al.*, [7] ont étudié numériquement la convection naturelle de l'air dans une enceinte rectangulaire 2D avec un chauffage localisé par le bas et le refroidissement symétrique des côtés.

Valencia *et al.*, [8] ont analysé numériquement la convection naturelle de l'air dans une cavité carrée avec parois partiellement actives pour cinq différents endroits de chauffage. November *et al.*, [9] ont étudié le flux convectif naturel dans une enceinte rectangulaire avec une paroi verticale refroidie et un plancher chauffée.

Ganzarolli *et al.*, [10] ont étudié numériquement la convection naturelle dans une enceinte chauffée par le bas et symétriquement refroidie par les côtés. Kimura *et al.*, [10] ont mené une étude numérique sur la convection naturelle en forme de L formé par une paroi verticale chaude et une paroi inférieure froide. Une attention considérable a été accordée à l'étude de la convection naturelle dans des enceintes chauffée de l'extérieur [1-4] ou par des sources de chaleur interne [12-19].

Cette attention est due en partie à la grande variété d'applications importantes qui couvrent des domaines aussi divers que la collecte d'énergie solaire, exploitation, sécurité des réacteurs nucléaire et préventions des incendies. La présence d'une génération de chaleur interne fournit une dynamique supplémentaire dans les systèmes de flux convectifs. Archarya *et al.*, [12] ont étudié la convection naturelle bidimensionnelle d'air dans une cavité carrée verticale ou inclinée chauffée extérieurement contenant des sources d'énergie interne uniformément réparties.

Fusgi *et al.*, [13] ont réalisé une étude numérique à haute résolution à l'aide de la méthode de différences finies sur la convection naturelle dans une cavité carrée avec génération de chaleur interne. Rahman *et al.*, [15] ont étudié numériquement le cas d'une cavité rectangulaire inclinée chauffée par le bas, refroidi en haut et les autres parois sont adiabatiques. RaI et RaE sont égaux à 2×10^5 et un rapport de forme variant de 0.25 à 4.

Notre travail porte sur la convection naturelle dans une enceinte rectangulaire en présence de gradient de température et une source de chaleur interne. Les parois, verticales de droite et celles du haut sont maintenues à des températures constantes et les autres parois sont adiabatiques.

L'objectif de ce travail est l'étude de l'influence du nombre de Rayleigh interne, RaI (pour deux cas $RaI = 0$ et 10^5), du nombre de Rayleigh externe RaE ($RaE = 10^3$ à 10^7) et du rapport de forme ($Ar = 0.25, 1, 2$), sur la structure de l'écoulement, le champ de température et le transfert de chaleur.

2. FORMULATION MATHEMATIQUE

2.1 Description du problème

La géométrie du problème est présenté sur la figure 1. Il s'agit d'une enceinte rectangulaire de longueur L et de hauteur, remplie d'air dont les parois verticales de droite et celle du haut sont maintenues à des températures constantes T_c et T_f respectivement ($T_c > T_f$) et les autres parois sont adiabatiques. Une génération de chaleur interne est également présente.

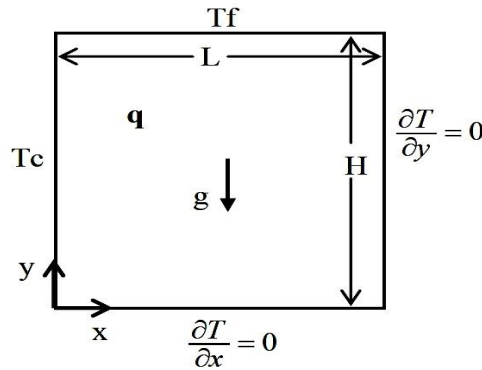


Fig. 1: Schéma de l'enceinte

2.2 Equations gouvernantes

L'étude est stationnaire en présence de source de chaleur; le fluide est newtonien et incompressible. L'écoulement engendré est laminaire, la dissipation visqueuse et le transfert de chaleur par rayonnement sont négligeables. Les propriétés des fluides sont constantes et les variations de la densité de fluide sont négligeables, sauf dans le terme de la poussée d'Archimède, elles sont dues aux variations de température (approximation de Boussinesq). Sur la base de ces hypothèses, les équations gouvernantes, sous forme adimensionnelles deviennent [17].

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (1)$$

$$U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial X} + \text{Pr} \left(\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right) \quad (2)$$

$$U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial Y} + \text{Pr} \left(\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right) + \frac{\text{RaE}}{\text{RaI}} T \quad (3)$$

$$U \frac{\partial T}{\partial X} + V \frac{\partial T}{\partial Y} = \left(\frac{\partial^2 T}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial Y^2} \right) + \frac{\text{RaE}}{\text{Pr RaI}} \quad (4)$$

Où les variables sans dimensions suivantes ont été utilisées:

$$X = x/H; \quad Y = y/H; \quad U = u/(a/H); \quad V = v/(a/H)$$

$$P = p^*/(a/H)^2; \quad T = (T^* - T_f) / DT \text{ avec } DT = T_c - T_f. \quad (5)$$

En introduisant les paramètres dans les conditions aux limites, on obtient :

$$T=1 \quad U=0 \quad V=0 \quad \text{à} \quad X=0 \quad \text{et} \quad 0 < Y < 1 \quad (6)$$

$$\partial T / \partial X = 0 \quad U=0 \quad V=0 \quad \text{à} \quad X=Ar \quad \text{et} \quad 0 < Y < 1 \quad (7)$$

$$\partial T / \partial Y = 0 \quad U=0 \quad V=0 \quad \text{à} \quad Y=0 \quad \text{et} \quad 0 < X < Ar \quad (8)$$

$$T=0 \quad U=0 \quad V=0 \quad \text{à} \quad Y=1 \quad \text{et} \quad 0 < X < Ar \quad (9)$$

Les nombres sans dimensions pour le système peuvent être écrits comme suit:

$$\text{RaE} = \frac{g\beta DTH^3}{a\nu} \quad \text{RaI} = \frac{g\beta qH^5}{a\nu K} \quad \text{Pr} = \frac{\nu}{a} \quad (10)$$

Nombre de Nusselt local

$$\text{Nu}(Y) = -\frac{\partial T}{\partial X}\bigg|_{X=0} \qquad \text{Nu}(X) = -\frac{\partial T}{\partial Y}\bigg|_{Y=0}$$

(11)

Nombre de Nusselt moyen

$$\text{Nu}_{ym} = \int_0^1 \text{Nu}(Y) dY \qquad \text{Nu}_{xm} = \int_0^{\text{Ar}} \text{Nu}(X) dX$$

(12)

3. PROCEDURE NUMERIQUE

L'ensemble des équations aux dérivées partielles gouvernant le phénomène physique est traduit en équations algébriques en adoptant la méthode des volumes finis [20] et l'algorithme SIMPLE. Le schéma upwind a été retenu pour l'évaluation des termes convectifs et le schéma centré pour évaluer les termes diffusives.

Le système d'équations algébriques est résolu itérativement par l'algorithme de Thomas. Un critère de convergence est imposé en terme d'erreur relative pour les variables U , V , P et T ; les calculs sont stoppés pour une erreur relative inférieure à 10^{-6} . La taille de maillage dans notre étude a été influencée par la discontinuité de la température à l'intersection de deux surfaces horizontales et verticales chauffées différemment. Pour cela, on doit traiter cette discontinuité en imposant la température moyenne de deux surfaces au coin et garder les nœuds de grille adjacents aux températures de paroi respectives.

Pour la même raison, Ganzarolli *et al.*, [10] ont supposé un profil de température linéaire entre le nœud située au coin et le nœud adjacent.

Pour le choix d'un meilleur maillage, nous avons effectué une optimisation préalable, dans laquelle apparaît la variation du nombre de Nusselt moyen de la surface chaude et froide avec $RaI = 0$, $RaE = 10^6$ et un rapport de forme $Ar = 1, 0.25, 2$ en fonction des dimensions de différentes grilles. D'après le **Tableau 1** et la figure 2, on a choisi le maillage (191 * 191) en raison de la stabilisation de valeur du nombre du Nusselt moyen pour les deux surfaces.

Tableau 1: Variation du nombre de Nusselt pour différentes grilles

Maillage	Ar = 1		Ar=0.25		Ar = 2	
	Nu _{ym}	Nu _{xm}	Nu _{ym}	Nu _{xm}	Nu _{ym}	Nu _{xm}
161 *161	6.486667	6.494484	3.887410	3.892198	7.337021	7.340535
181 *181	6.561380	6.571384	3.960517	3.966604	7.417196	7.417196
191 *191	6.596879	6.606809	3.984458	3.985526	7.447878	7.452858
201 * 201	6.601653	6.610448	3.995241	3.998523	7.450580	7.450580

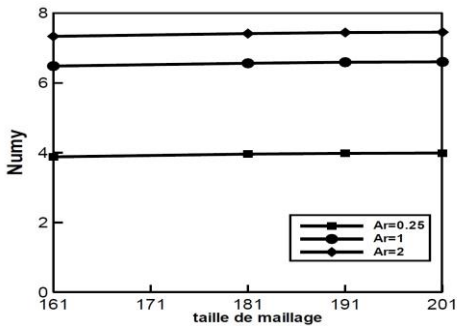
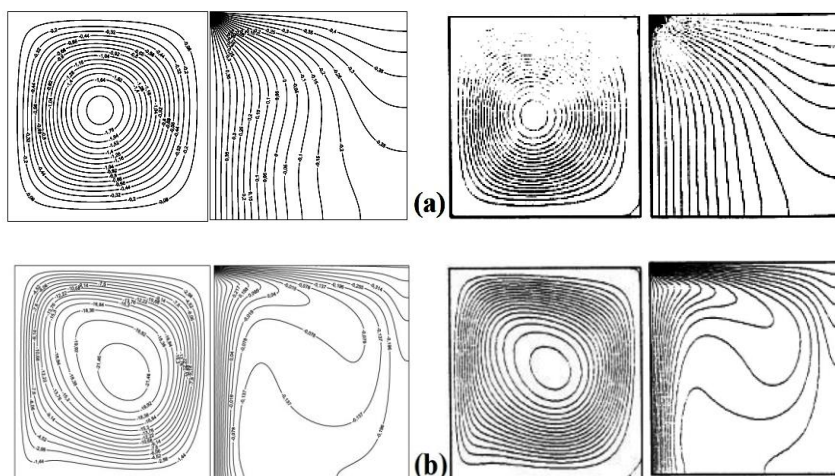


Fig. 2: Influence de la taille du maillage sur Nuym

4. RESULTATS ET DISCUSSIONS

Validation

Afin de vérifier l'exactitude des résultats numériques obtenus dans le présent travail, nous avons procédé à une validation de notre code de calcul pour le cas $RaI = 0$ (sans source de chaleur), avec l'étude numérique de Aydin [6]. D'après la figure 3a-b-c, on observe que nos résultats sont en très bon accord. Autres validations portant sur la variation des autres nombre de Rayleigh externe et rapports de formes ont été aussi réalisées présentant aussi une excellente concordance.



Présent travail et O. Aydin [6]

Fig. 3: Ligne de courant et isotherme pour $Ar=1$

(a) $RaE = 10^3$; (b) $RaE = 10^5$

Structure des écoulements et champ de température

La source de chaleur interne étant fixée à 10^5 ($RaI = 10^5$), nous avons simulé les effets de la variation de RaE et le rapport de forme sur la structure de écoulement et champ de température. En présence du chauffage interne, l'écoulement et le champ de température prennent une structure différente que le cas précédent ($RaI = 0$).

Rapport de forme $Ar=1$

Pour $RaE = 10^3$, la structure d'écoulement est caractérisée par la présence d'une seule cellule asymétrique, occupant toute la cavité. Le centre de la cellule se déplace vers le coin inférieur gauche grâce au transfert de chaleur qu'il y a entre le fluide à l'intérieur de l'enceinte et la surface chaude qui présente une source de flottabilité négative.

La figure 4b, montre une formation d'une deuxième cellule de circulation à l'intérieur de l'enceinte. Dans ce cas, une flottabilité supplémentaire est formée en raison de la domination de la génération de chaleur interne. Avec l'augmentation de RaE à 10^5 , la structure d'écoulement ne se diffère pas au cas sans source de chaleur.

Les isothermes (figure 4a-b) indiquent que la température maximale est dans la région centrale de l'enceinte. Elles sont stratifiées à proximité de la paroi froide pour $RaE = 10^3$. L'augmentation du nombre de Rayleigh externe à 10^4 et en présence d'une force interne, la vitesse de fluide augmente, ce qui entraîne une flexion des isothermes dans la région centrale. On constate aussi une création de nouvelles isothermes issues du

point extrême de la paroi chaude. Par contre, pour $RaE = 10^5$, les isothermes reprennent leur structure comme dans le cas sans source de chaleur.

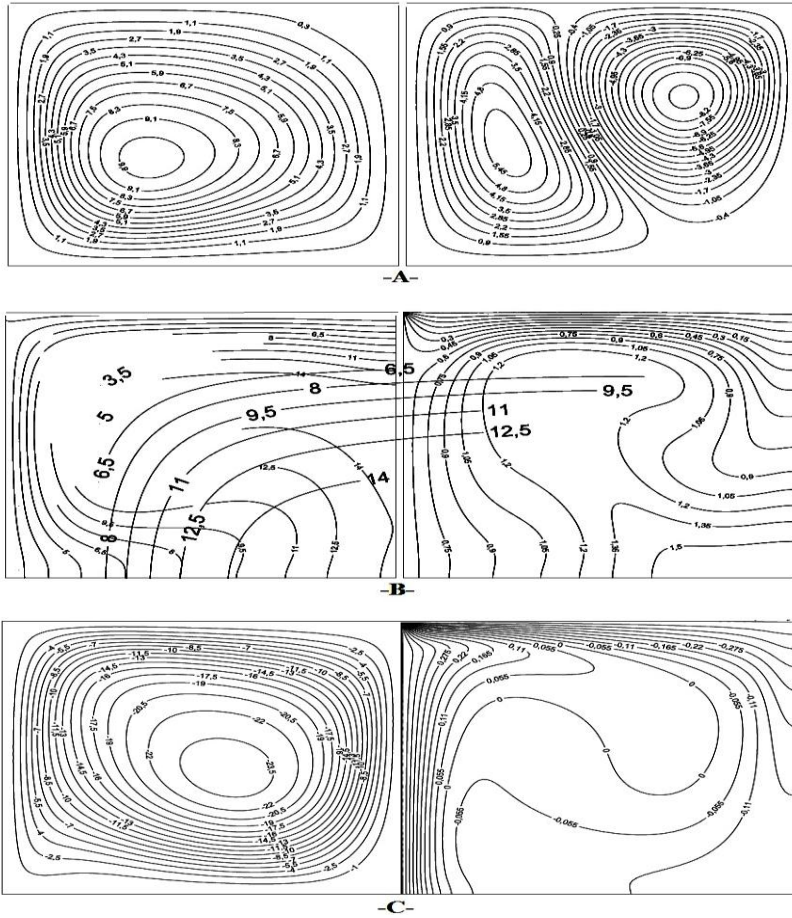


Fig. 4: Lignes de courant et isotherme pour $Ar = 1$
a- $RaE = 10^3$; **b-** $RaE = 10^4$; **c-** $RaE = 10^5$

Rapport de forme $Ar = 0.25$

La figure 5a montre que le champ d'écoulement est monocellulaire occupant toute l'enceinte, telle que le centre de la cellule se décale vers le bas. Comme le nombre de Rayleigh externe augmente (figure 5b) une deuxième cellule a été créée dans la partie supérieure de l'enceinte.

Concernant les isothermes, ils sont divisés en deux parties, une majeure partie couvre l'ensemble de la longueur de la paroi chaude, puis dirigée vers la paroi adiabatique et une petite partie est parallèle à la paroi froide. On conclut que le gros du transfert de chaleur se fait presque entre la paroi chaude et le fluide à l'intérieur de l'enceinte.

Pour $RaE = 10^4$, on observe une augmentation de la partie des nouvelles isothermes qui est parallèle à la paroi froide, ce qui signifie qu'il y a eu augmentation de transfert de chaleur entre la paroi froide et le fluide à l'intérieur de l'enceinte.

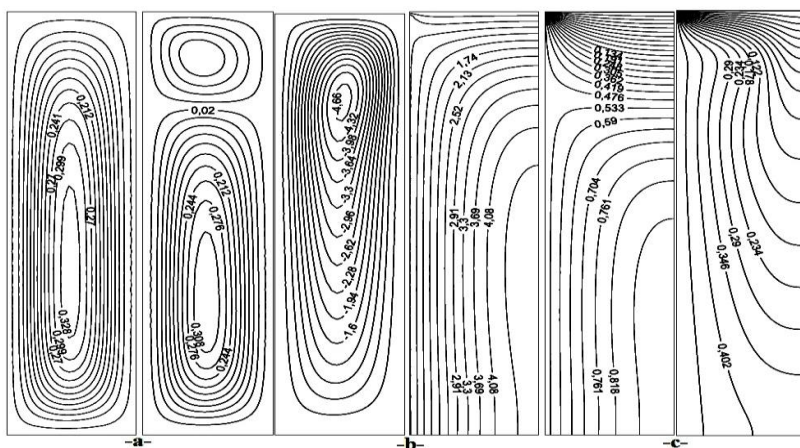


Fig. 5: Lignes de courant et isotherme pour $Ar = 0.25$
a- $RaE = 10^3$; **b-** $RaE = 10^4$; **c-** $RaE = 10^5$

Rapport de forme $Ar = 2$

L'écoulement montre une formation de deux cellules asymétriques pour les deux nombre de Rayleigh externe $RaE = 10^3$ et $RaE = 10^4$ (figure 6a-b). Il est observé que même si la forme des cellules ne change pas, leurs intensités augmentent. La position de la cellule à côté de la surface chaude se déplace vers le coin inférieur de l'enceinte. La cellule chaude diminue tandis que la cellule froide se développe en taille avec l'augmentation du Rayleigh externe $RaE = 10^4$.

Au fur et à mesure que le nombre de Rayleigh augmente de 10^3 à 10^4 , en présence de la source de chaleur interne et la circulation entraînée par la flottabilité à l'intérieur de la cavité, il se produit un gauchissement progressif autour des centres de rotation et une compression de plus en plus prononcée des isothermes vers les surfaces limites froide de l'enceinte.

L'existence d'une source de chaleur interne provoque l'augmentation de la température de fluide à l'intérieur de l'enceinte et diminue ainsi la différence de température entre la paroi chaude et le fluide, ce qui nous donne une flottabilité négative qui fait descendre le fluide vers le bas. Cette source de chaleur engendre aussi une différence de température entre la paroi froide et le fluide à l'intérieur de l'enceinte, ce qui provoque une flottabilité positive conduisant à une augmentation du transfert de chaleur du fluide vers la paroi froide.

Nous constatons que pour les différents rapports de forme Ar (0.25, 1 et 2) et le nombre de Rayleigh externe RaE variant de 10^5 à 10^7 , les champs d'écoulement et les températures ne révèlent aucune différence significative entre ces cas avec et sans génération de chaleur interne, mise à part un faible changement dans les valeurs des lignes de courant et isothermes.

Transfert de chaleur

Variation du nombre de Nusselt

Les valeurs du nombre de Nusselt moyen sur la paroi chauffée Nu_{ym} pour $Ar = 1$ (cavité carrée) sont résumées dans le **Tableau 2**. On remarque une augmentation de Nusselt moyen Nu_{ym} pour $RaE = 10^3$ par rapport au cas sans source de chaleur interne.

Une diminution du nombre de Nusselt moyen a été remarquée avec la diminution de RaE de 10^3 à 10^4 , qui a été confirmé par Acharya *et al.*, [12]. Les mêmes remarques sont valables pour tous les rapports de forme. L'inégalité entre les valeurs du nombre de Nusselt de notre travail et celle d'Acharya *et al.*, [12] est causée par la différence des conditions aux limites de la géométrie considérée. D'après la figure 7, on observe une légère augmentation pour $RaE < 10^4$, ce qui signifie que l'influence de source de chaleur interne devient de plus en plus faible avec l'augmentation de RaE.

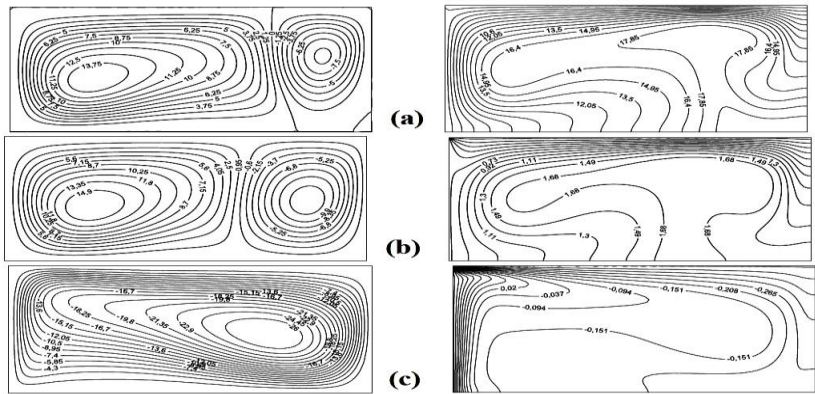


Fig. 6: Lignes de courant et isotherme pour $Ar = 2$
a- $RaE = 10^3$; b- $RaE = 10^4$; c- $RaE = 10^5$

Tableau 2: Variation du nombre de Nusselt moyen
pour $RaE = 10^3$ à $RaE = 10^4$ et rapport de forme $Ar = 1$

RaE	10^3	10^3	
Nu_{ym}	61.66611	2.389432	Présent Travail (cas2)
	3.492144	3.987113	Présent Travail (cas1)
	52.67160	7.658445	Acharya <i>et al.</i> , [13]

Pour $RaI \leq RaE$, on observe que le nombre de Nusselt moyen Nu_{ym} subit une même évolution pour les trois rapports de forme comme dans le cas sans source de chaleur interne. Ainsi, on déduit que l'influence du chauffage interne sur le nombre de Nusselt moyen Nu_{ym} est négligeable (figure 7). Un résultat semblable a été obtenu par Acharya *et al.*, [12] et Fusegi *et al.*, [13]. Le transfert de chaleur est plus important pour $Ar = 1$ et $Ar = 2$ que le rapport de forme $Ar = 0.25$.

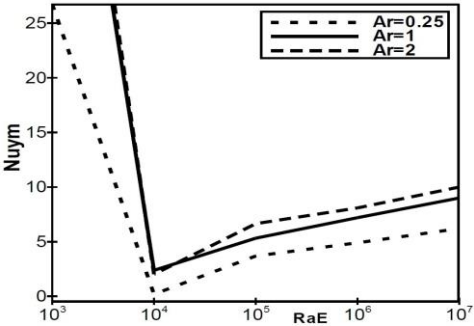


Fig. 7: Variation du nombre de Nusselt moyen Nu_{ym} en fonction
de RaE pour différents rapports de forme Ar ($RaI = 10^5$)

5. CONCLUSION

Dans cette étude, le problème du transfert de chaleur par convection naturelle dans une enceinte rectangulaire en présence de gradient de température et source de chaleur interne, a été résolu numériquement par la méthode des volumes finis. L'influence de certains paramètres tels que, le nombre de Rayleigh interne, le nombre de Rayleigh externe et le rapport de forme sur le transfert de chaleur, les champs de température et les champs d'écoulement a été étudié. Cette étude a permis de dégager les conclusions suivantes-

Les champs de température et les champs d'écoulements ne présentent aucune différence entre le cas sans source de chaleur interne ($RaI = 0$) et le cas où le nombre de Rayleigh interne inférieur au nombre de Rayleigh externe ($RaI \leq RaE$), mise à part un faible changement dans les valeurs des isotherme et les lignes de courant.

Pour $RaI = 0$, le nombre de Nusselt moyen au long de la surface chauffée Nu_{ym} augmente avec le nombre de Rayleigh externe (RaE) pour tous les différents rapports de forme (Ar). Le transfert de chaleur diminue de bas vers le haut grâce au gradient de température qui est maximum au bas de la surface chaude.

Concernant Le nombre de Nusselt moyen le long de la surface froide, il diminue progressivement jusqu'à atteindre une valeur minimale, puisque la différence de température entre le fluide et la paroi chaude commence à chuter de gauche à droite, ce qui engendre un flux de chaleur faible.

Le système de paroi froide en haut a une meilleure efficacité de transfert de chaleur par conduction pour faible Rayleigh externe grâce à la distance la plus courte entre la paroi chaude et froide ce qui donne un grand gradient de température.

L'introduction d'une source de chaleur interne fait augmenter le transfert de chaleur à travers la paroi chaude et de diminuer le transfert de chaleur à travers la paroi froide par rapport au cas sans source de chaleur interne. Dans le cas d'une grande cavité ($Ar = 0.25$), la chaleur part du fluide vers une grande partie de la hauteur de la paroi chauffée extérieurement, sauf dans de très petites portions près du coin supérieur. L'effet de source de chaleur interne diminue de plus en plus quand on augmente de nombre de Rayleigh externe.

NOMENCLATURE

L Longueur de l'enceinte, m	α Diffusivité, m^2/s
H Hauteur de l'enceinte, m	β Coefficient d'expansion thermique, $1/K$
Ar Rapport de forme, L/H	ν Viscosité cinétique, m^2/s
g Accélération de la pesanteur, m/s^2	Pr Nombre de Prandtl
q Source de chaleur interne	Nu Nombre de Nusselt
k Conductivité thermique, W/mK	RaE Nombre de Rayleigh externe
p Pression, Pa	p^* Pression adimensionnée
Tc Température paroi chaude, K	T Température dimensionnelle K
u, v Composantes des vitesses, m/s	Tf Température paroi froide, K
U, V Composantes adimension- vitesses	x, y Coordonnées cartésiennes, m

REFERENCES

- [1] C.B.F. Wolff and R. Viskanta, 'Natural convection of liquid metals in vertical cavities', Experimental Thermal and Fluid Science, Vol. 1, pp. 83-91, 1988.

- [2] N.C. Markatos and K.A. Pericleous, '*Laminar and turbulent natural convection in an enclosed cavity*', International Journal of Heat and Mass Transfer Vol. 27, N°5, pp. 755 - 772, 1984.
- [3] G. de Vahl Davis, '*Laminar Natural Convection in a rectangular Cavity*', International Journal of Heat and Mass Transfer. Vol. 11, N°5, pp. 1675 - 1693, 1968.
- [4] G. de Vahl Davis, '*Natural convection of air in a square cavity a bench mark numerical solution*', International Journal for Numerical Methods in Fluids, Vol. 3, N°3, pp. 249 - 264, 1983.
- [5] N. Ouertatani, N. Ben Cheikh, B. Ben Beya and T. Lili, '*Numerical simulation of two-dimensional Rayleigh - Bénard convection in an enclosure*', Comptes Rendus Mécanique, Vol. 336, N°5, pp. 464 - 470, 2008.
- [6] O. Aydin, A. Ünal, and T. Ayhan, '*Natural convection in rectangular enclosures heated from one side and cooled from the ceiling*', International Journal of Heat and Mass Transfer Vol. 42, N°13, pp. 2345 - 2355, 1999a.
- [7] O. Aydin and Wen-Jei Yang, '*Natural convection in enclosures with localized heating from below and symmetrical cooling from sides*', International Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow, Vol. 10, N°5, pp. 518 - 529, 2000.
- [8] A.A. Valencia and R. Frederick, '*Heat transfer in square cavities with partially active vertical walls*', International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 32, N°8, pp. 1567 - 1574, 1989.
- [9] M. November and M.W. Nansteel, '*Natural convection in rectangular enclosures heated from below and cooled along one side*', International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 30, N°11, pp. 2433 - 2440, 1987.
- [10] M.M. Ganzarolli and L.F. Milanez, '*Natural Convection in Rectangular Enclosures Heated from Below and Symmetrically Cooled from the Sides*', International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 38, N°6, pp. 1063 - 1073, 1995.
- [11] S. Kimura and A. Bejan, '*Natural convection in a differentially heated corner region*', Physics of Fluids, Vol. 28, 2980, 1985.
- [12] S. Acharya and R.J. Goldstein, '*Natural convection in an externally heated square box containing internal energy sources*', Journal of Heat Transfer, Vol. 107, N°4, pp. 855 - 866, 1985.
- [13] T. Fusegi, J.M. Hyun and K. Kuwahara, '*Natural Convection in a Differentially Heated Square Cavity with Internal Heat Generation*', Journal of Heat Transfer, Vol. 21, N°2, pp. 215 - 229, 1992.
- [14] T. Fusegi, J.M. Hyun and K. Kuwahara, '*Numerical study of natural convection in a differentially heated cavity with internal heat generation: effects of the aspect ratio*', Journal of Heat Transfer, Vol. 114, N°3, pp. 773 - 777, 1992.
- [15] M. Rahman and M.A.R. Sharif, '*Numerical study of laminar natural convection in inclined rectangular enclosures of various aspect ratios*', Numerical Heat Transfer, Part A: Applications Vol. 44 N°4, 355 - 373, 2003.
- [16] M.A. Hossain and D.A.S. Rees, '*Natural convection flow of water near its density maximum in a rectangular enclosure having isothermal walls with heat generation*', International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 41, N°4, pp. 367 - 374, 2004.
- [17] H. Oztop and E. Bilgen, '*Natural convection in differentially heated and partially divided square cavities with internal heat generation*', International Journal of Heat and Fluid Flow, Vol. 27, N°3, pp. 466 - 475, 2006.

- [18] P. Kandaswamy, N. Nithyadevi and C.O. Ng, '*Natural convection in enclosures with partially thermally active side walls containing internal heat sources*', Physics of Fluids, Vol. 20, 097104, 2008.
- [19] J.H. Lee and R.J. Goldstein, '*An Experimental Study on Natural Convection Heat Transfer in an Inclined Square Enclosure Containing Internal Energy Sources*', Journal of Heat Transfer, Vol. 110, pp. 345 - 349, 1988.
- [20] S.V. Patankar, 'Numerical Heat Transfer and Fluid Flow', Hemisphere, Washington, 214 p., 1980.