

## Etude numérique de l'effet de la perméabilité dans un milieu partiellement poreux

Fouzia Ouahrhent et Azeddine Soudani \*

Laboratoire de Physique Energétique Appliquée, Département de Physique  
Faculté des Sciences de la Matière, Université Batna 1, 05000 Batna, Algérie

(reçu le 25 Mars 2019 - accepté le 30 Mars 2019)

**Résumé** - Ce travail est consacré à l'étude des transferts de chaleur dans une enceinte cubique remplie partiellement d'une matière poreuse et par un seul fluide. Le modèle mathématique utilisé est celui de Darcy – Brinkman – Forchheimer. Les équations modélisées de continuité, du mouvement, de l'énergie et de masse sont numériquement résolues par la méthode des volumes finis. On a étudié l'influence de la perméabilité et d'autres paramètres sur les transferts de chaleur. Les résultats obtenus montrent que le nombre de Nusselt augmente avec l'augmentation de la perméabilité pour différent nombre de Darcy, et il diminue avec l'augmentation de la couche poreuse. Les résultats numériques de notre étude sont en bon accord avec ceux de la littérature.

**Abstract** - This work is devoted to the study of heat transfer in a cubic chamber partially filled with a porous material and by a single fluid. The mathematical model used is that of Darcy - Brinkman - Forchheimer. The modeled equations of continuity, motion, energy and mass are numerically solved by the finite volume method. The influence of permeability and other parameters on heat transfer has been studied. The results obtained show that Nusselt number increase with increasing permeability for different Darcy number, and decrease with increasing porous layer. The numerical results of our study are in good agreement with those found in the literature.

**Mots clés:** Milieu poreux - Perméabilité - Transfert thermique - Convection naturelle - Cavité cubique.

### 1. PRODUCTION

L'effet de la perméabilité sur les transferts dans les milieux poreux saturés ont fait l'objet de nombreux travaux théoriques et expérimentaux. En raison de leur importance dans de nombreux domaines naturels tels que le déplacement des eaux dans les nappes aquifères et technologiques comme le séchage.

Le transfert de chaleur dans les milieux poreux s'effectue essentiellement selon deux modes : la conduction à travers l'ensemble du milieu poreux sous l'effet des gradients de température ; et la convection dans le fluide qui permet le transfert de l'énergie thermique qu'il contient. La transmission de chaleur par convection est désignée, selon le régime d'écoulement du fluide, par convection libre, par convection forcée ou par convection mixte.

Une revue de la littérature montre qu'il existe un grand nombre de travaux numériques ou théoriques consacrés à l'étude de la convection (forcée, naturelle) dans une couche poreuse. Nous pouvons citer les travaux suivants:

- En 2005, Ben Amara a réalisé un travail sur les écoulements et les transferts thermiques en convection naturelle dans les milieux macroporeux alimentaires: application aux réfrigérateurs. L'approche est à la fois expérimentale et numérique [1].

- Ould-Amer *et al.* (2007) sont intéressés à la convection naturelle dans une cavité carrée poreuse multicouche. Chaque couche de milieu poreux est considérée homogène, isotrope et saturé par un seul fluide [2].

---

\* [azeddine.soudani@univ-batna.dz](mailto:azeddine.soudani@univ-batna.dz)

- Pour une étude numérique et analytique du transfert thermique par convection naturelle dans des couches poreuses pour optimiser l'effet de la trainée de forme Darcy, Rebhi *et al.* (2016) ont proposé le modèle suivant: une cavité rectangulaire horizontale soumise à un gradient thermique verticale avec l'écoulement de transition régissant un flux convectif mono-cellulaire ou multi-cellule [3].

- Bouriche *et al.* (2007) ont aussi donné une étude numérique et analytique sur l'influence de l'effet Soret de la convection naturelle développée au sein d'une enceinte poreuse de Darcy soumise à un flux de chaleur uniforme en présence d'un champ magnétique [4].

- Helel *et al.* (2007) ont étudié le transfert de chaleur et de masse dans un milieu poreux non saturé soumis à une convection forcée laminaire [5].

- Habbachi *et al.* (2017) sont intéressés à la simulation tridimensionnelle de la convection naturelle dans une cavité cubique partiellement remplie de milieux poreux [6].

- Ouarhjent *et al.* (2018) sont intéressés à la convection thermique dans un milieu poreux (cavité partiellement poreuse) [7].

Notre étude s'intéresse au transfert de chaleur causée par la convection naturelle dans une cavité partiellement poreuse. Il s'agit d'étudier l'effet des paramètres de contrôle sur l'écoulement et les mécanismes de transferts de chaleur. Les parois verticales de la cavité sont soumises à des températures constantes. La formulation de Darcy-Brinkman - Forcheimer dans un milieu poreux saturé anisotrope en perméabilité a été retenue dans le présent travail.

## 2. FORMULATION MATHÉMATIQUES

Le modèle physique étudié est représenté par la géométrie suivante:

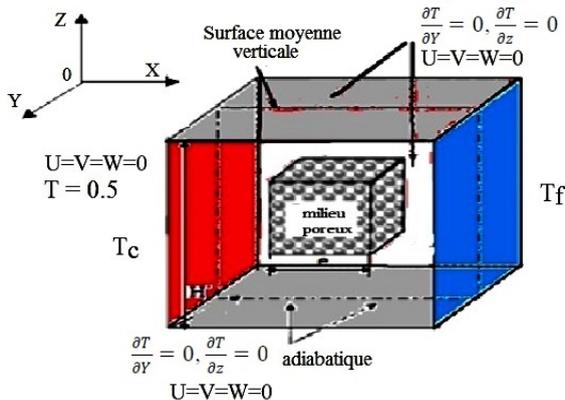


Fig. 1: Géométrie du problème

La cavité cubique de paramètre géométrique ( $H'$ ) est partiellement remplie d'une couche poreuse d'épaisseur  $e$ , et saturé par un seul fluide. On appelle  $\eta=e/H'$ , l'épaisseur adimensionnelle de la couche poreuse. Les surfaces verticales sont soumises à des conditions de Dirichlet en température, tandis que les surfaces horizontales sont maintenues adiabatiques (conditions de Neumann).

Pour la modélisation du problème, nous adoptons les hypothèses suivantes: Le fluide est newtonien, incompressible et satisfaisant l'hypothèse de Boussinesq; l'écoulement

du fluide au sein de la cavité est laminaire et tridimensionnel; on suppose que la matrice poreuse est isotrope, homogène et en équilibre thermodynamique avec le fluide; les propriétés thermo-physiques du fluide sont constantes dans la gamme de température étudiée; et on néglige le transfert d'énergie par rayonnement et par conduction.

Dans cette étude, nous adopterons donc l'approche à un seul domaine qui consiste à écrire une seule équation pour tout le domaine (Navier Stokes incluant le terme de Darcy), et le passage du milieu poreux au milieu fluide se fait par une variation de la perméabilité [5] dans l'équation de Navier Stokes incluant les termes de Darcy-Brinkman et Forchheimer. Compte tenu des hypothèses émises précédemment, les équations classiques de conservation sont les suivantes:

-Equation de continuité-

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (1)$$

-Equation de quantité du mouvement suivant x-

$$\rho_f \left( \frac{1}{s} \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{1}{s^2} (\vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla}) u \right) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu_{\text{eff}} \nabla^2 u - \frac{\mu}{K} u - \frac{\rho_f}{\sqrt{k}} F |\vec{\nabla}| u \quad (2)$$

-Equation de quantité de mouvement suivant y-

$$\rho_f \left( \frac{1}{s} \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{1}{s^2} (\vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla}) v \right) = -\frac{\partial p}{\partial y} + \mu_{\text{eff}} \nabla^2 v - \frac{\mu}{K} v - \frac{\rho_f}{\sqrt{k}} F |\vec{\nabla}| v \quad (3)$$

-Equation de quantité du mouvement suivant z-

$$\rho_f \left( \frac{1}{s} \frac{\partial w}{\partial t} + \frac{1}{s^2} (\vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla}) w \right) = -\frac{\partial p}{\partial z} + \mu_{\text{eff}} \nabla^2 w - \frac{\mu}{K} w - \frac{\rho_f}{\sqrt{k}} F |\vec{\nabla}| w + \rho_f \vec{g} \quad (4)$$

-Equation d'énergie en milieu poreux-

$$(\rho c)_m \frac{\partial T}{\partial t} + (\rho c)_f (\vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla}) T = \vec{\nabla} \cdot (K_{\text{eff}} \cdot \vec{\nabla} T)$$

Où,  $\rho_f = \rho_0 (1 - \beta \Delta T)$

Avec,  $\beta$ , le coefficient d'expansion volumique thermique du fluide.

La mise sous forme adimensionnelle de ces équations de conservation fait apparaître des nombres sans dimensions caractéristiques du problème. Ses paramètres sont-

$$\text{Prandtl, } Pr = \frac{\nu}{a} ; \text{Grashof, } Gr = \frac{g \beta \Delta T L^3}{\nu^2} ; \text{Rayleigh, } Ra = \frac{g \beta \Delta T L^3}{\nu a} = Gr.Pr ;$$

$$\text{Darcy, } Da = \frac{K}{e^e} ; \text{l'épaisseur de la couche poreuse, } \eta = \frac{e}{H}$$

Enfin, nous exprimons les transferts de chaleur sur les surfaces actives par le nombre adimensionnel de Nusselt (Nu) défini par-

$$\overline{Nu} = h.L / K_f = - (a (K_{\text{eff}} - 1) + 1) \frac{\partial T}{\partial x}$$

Les conditions initiales et aux limites correspondant à ce problème sont-

### 3. RESULTATS ET DISCUSSIONS

Nous portons dans cette partie, notre attention sur les conséquences de la pénétration de l'écoulement dans la couche poreuse, ainsi que sur les transferts thermiques. Nous nous sommes placés dans une couche poreuse au centre de la cavité, où nous avons fait

varier la perméabilité de cette couche une fois à travers l'épaisseur adimensionnelle de la couche poreuse qui varie entre:  $0.1 \text{ m} \leq \eta \leq 0.9 \text{ m}$  avec un nombre de Darcy fixe, et une autre fois à travers la variation du nombre de Darcy.

**Tableau 1:** Conditions de vitesse et de température

Condition	Vitesse	Température
Surface H	$U=V=W=0$	$\frac{\partial T}{\partial Y} = 0, \frac{\partial T}{\partial z} = 0$
Surface B	$U=V=W=0$	$\frac{\partial T}{\partial Y} = 0, \frac{\partial T}{\partial z} = 0$
Surface S	$U=V=W=0$	$\frac{\partial T}{\partial Y} = 0, \frac{\partial T}{\partial z} = 0$
Surface N	$U=V=W=0$	$\frac{\partial T}{\partial Y} = 0, \frac{\partial T}{\partial z} = 0$
Surface W	$U=V=W=0$	0.5
Surface E	$U=V=W=0$	-0.5

Le choix d'un maillage optimal n'est pas aléatoire. L'indépendance du maillage est un test de simulation réalisé avec un maillage de plus en plus raffiné jusqu'à ce que la solution ne varie plus avec le raffinement du maillage. La géométrie utilisée est présentée sur la figure 2.

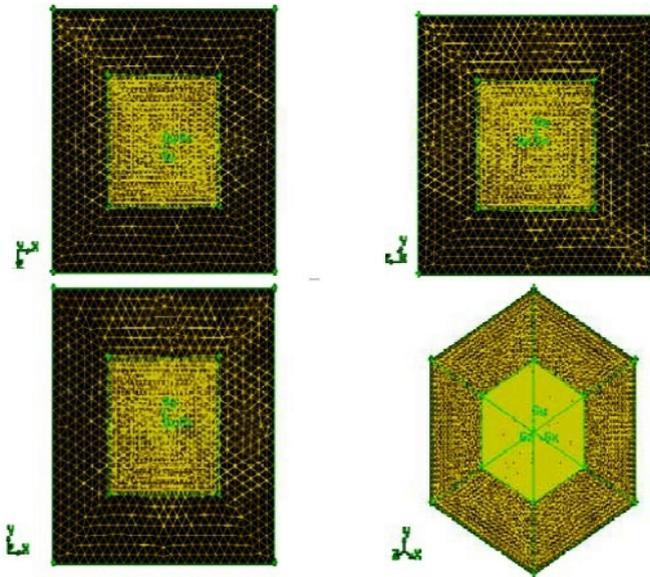


Fig. 2: Maillage hybride de forme tétraédrique

Le test de maillage a été effectué sur le calcul des champs des vitesses et des températures (figure 3). Le maillage de 15625 mailles semble le maillage optimal au-delà duquel les résultats sont stables.

### 3.1 Effet de la couche poreuse

D'après la figure 4, on constate que pour les faibles perméabilités ( $Da = 10^{-6}$ ), la couche poreuse se comporte comme une zone solide où l'écoulement est confiné dans cette zone. L'introduction d'une couche poreuse de faible perméabilité ' $Da = 10^{-6}$ ',

entraîne une chute abrupte du maximum de vitesse dans la zone fluide, tandis que dans la zone poreuse, la vitesse demeure presque nulle quel que soit  $\eta$ , ce qui montre bien que les transferts se font essentiellement par conduction dans cette zone.

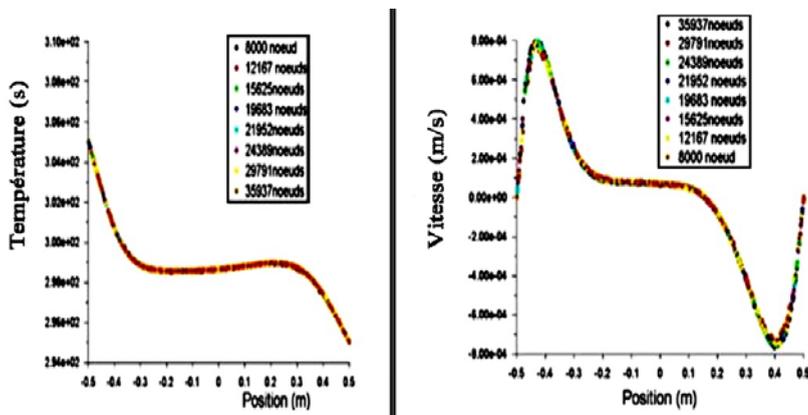


Fig. 3: Test du maillage

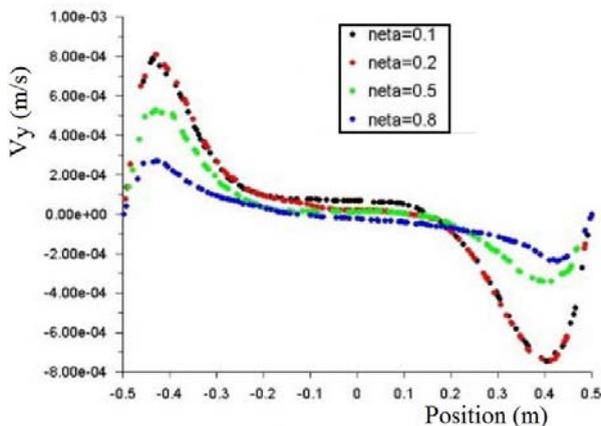
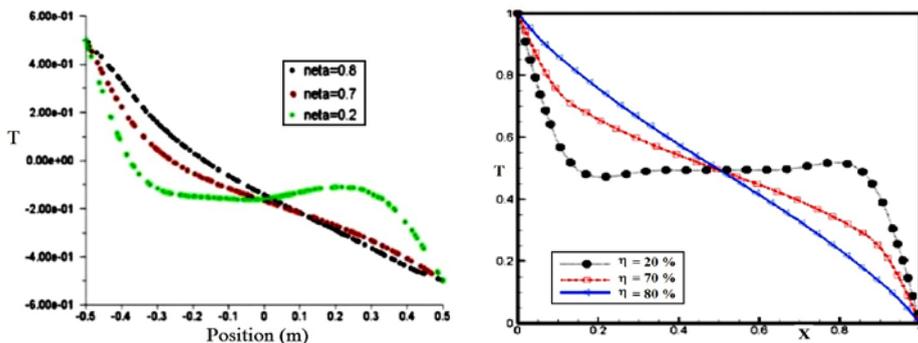


Fig. 4: Profils de vitesse en fonction de la position y et pour différentes valeurs de  $\eta$



a- Présente étude

b- Habbechi [6]

Fig. 5: Profils de température en fonction de la position y et pour différentes valeurs de  $\eta$

Les pentes de température dans cette zone indiquent une augmentation du champ thermique. Les profils de température montrent un bon accord entre les résultats actuels et ceux de Habbechi (figure 5).

### 3.2 Effet du nombre de Darcy

Pour encadrer et optimiser l'effet de la perméabilité à un nombre de Darcy variable, nous présentons des résultats numériques donnés par les profils de l'écoulement du fluide et du transfert de chaleur.

Le long de la gamme du nombre de Darcy pour  $\eta = 20\%$ , on remarque que les profils sont conformes (identiques et semblables), car la couche poreuse est minime mais si elle croît ( $\eta \geq 75\%$ ) elle remplit la cavité, et dans ce cas on peut dire que-

- Pour des faibles valeurs du nombre de Darcy ( $10^{-6} \leq Da \leq 10^{10^{-4}}$ ), l'effet de la matrice solide est dominant par rapport au complément géométrique (espace poral). Le milieu poreux se comporte comme un solide, ce que montre la trajectoire de la vitesse à  $\eta = 80\%$  sur la figure 6a.

-Pour les valeurs de Darcy ( $10^{-3} \leq Da \leq 1$ ), l'effet du complément géométrique (espace poral) est dominant par rapport à la matrice solide. Le milieu poreux se comporte dans ce cas comme un milieu fluide, ce que montre aussi la trajectoire de la vitesse à  $\eta = 80\%$  sur la figure 6b.

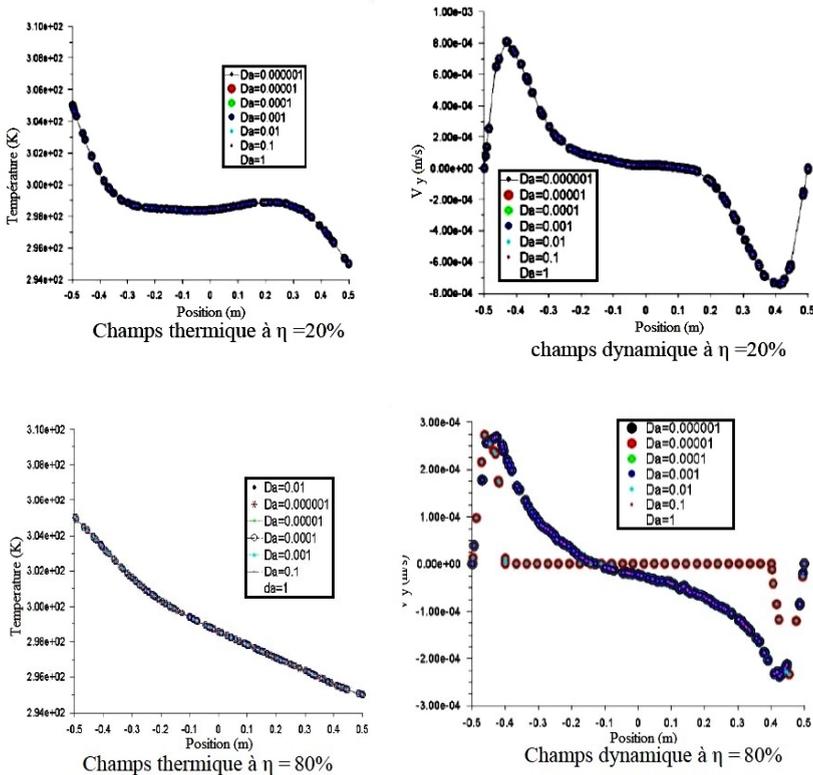


Fig. 6: Profils des vitesses et des températures dans la gamme  $10^{-3} \leq Da \leq 1$  pour  $\eta = 20\%$  et  $\eta = 80\%$

### 3.3 Effet du transfert thermique (Nu en fonction de $\eta$ et de Da)

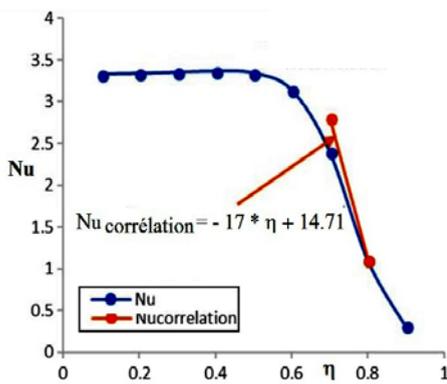
D'après la figure 7, on remarque que, le nombre de Nusselt tend vers une valeur constante, lorsque l'épaisseur de la couche poreuse se rapproche de zéro correspondant à une convection naturelle pure. De même, lorsque l'épaisseur des milieux poreux se rapproche de l'unité, l'écoulement tend vers une situation purement conductrice.

La couche poreuse a un faible effet sur le flux de convection naturelle, dont la taille se rapprochant de la taille de l'âme centrale. En effet, le milieu poreux a seulement un petit effet sur le nombre de Nusselt moyen jusqu'à une valeur de  $\eta = 65$  %.

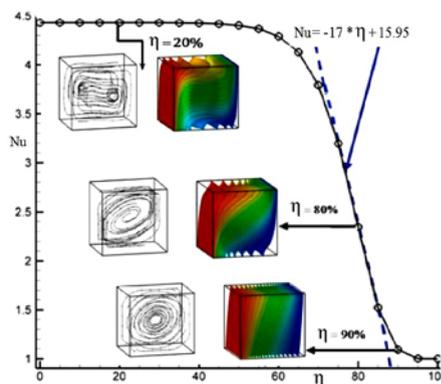
Au-dessus de cette valeur de ( $\eta$ ), la diminution est plus raide est principalement due à la suppression de l'écoulement de convection naturelle. La figure 7 montre trois zones distinctes: une première zone est purement conductrice indiquant un très faible débit, une troisième zone avec un flux convectif en majeure partie indiquant que le transfert de chaleur est très important, et une zone intermédiaire caractérisée par une forte diminution du nombre de Nusselt en fonction de  $\eta$  selon la corrélation suivante:

$$Nu_{\text{corrélation}} = -17 * \eta + 14.71$$

Si on remarque la corrélation de notre étude:  $Nu_{\text{corrélation}} = -17 * \eta + 14.71$  est proche de celle de Habbechi:  $Nu_{\text{corrélation}} = -17 * \eta + 15.95$ , avec un écart d'erreur du 8 %. Ce dernier n'est qu'une conséquence des précisions de calcul (résiduelle), de la nature de maillage adopté le long d'étude, et même de la méthode de résolution avec le CFD {notre étude à l'aide d'un algorithme simple avec schéma de deuxième ordre et celle de Habbechi à l'aide d'un algorithme simple de schéma Quick}.



a- Présent étude



b- Habbechi [6]

Fig. 7: Profil de Nusselt pour différentes valeurs de  $\eta$

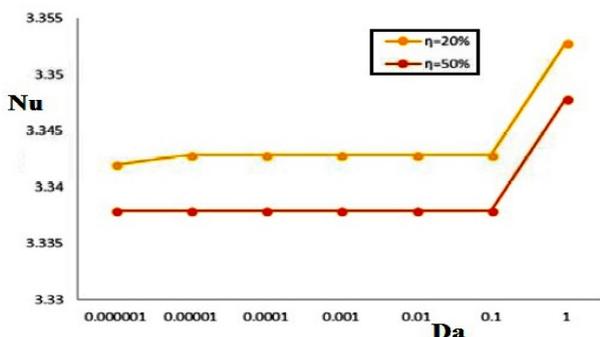


Fig. 8: Profil de Nusselt pour différentes valeurs de Da

L'examen de l'effet de transfert thermique, sur l'écoulement du fluide et sur le transfert de chaleur est illustré par les résultats numériques obtenus pour différentes valeurs du nombre de Darcy. La figure 8, présente l'évolution du transfert thermique, pour une large gamme de  $Da$  variant de  $10^{-6}$  à 1, dans le cas de  $\eta = 20\%$ ,  $50\%$  et  $Ra = 10^5$ .

Ces résultats montrent que pour les faibles valeurs de la perméabilité ( $Da \geq 10^{-6}$ ), les nombres de Nusselt demeurent pratiquement constants, le milieu poreux dans cette gamme de Darcy se comporte comme une zone imperméable où l'écoulement est presque négligeable. C'est-à-dire que, la conduction domine par rapport à la convection naturelle.

Pour les valeurs de Darcy entre : ( $10^{-6} \leq Da \leq 10^{-1}$ ), on constate une augmentation de Nusselt, et dans cette zone l'écoulement tend vers une situation purement convective à travers le corps, et pour les valeurs élevées de la perméabilité ( $Da \geq 10^{-1}$ ), le transfert de chaleur augmente encore, jusqu'à une certaine valeur où le milieu poreux est considéré comme un milieu fluide. Si la couche poreuse croît ( $\eta \geq 75\%$ ), elle remplit la cavité, est dans ce cas le nombre de Nusselt est presque constant le long de la gamme de  $Da$  ( $Nu = 1.1061197$  à  $\eta = 80\%$ ).

#### 4. CONCLUSION

Nous nous sommes intéressés dans ce travail aux effets de la perméabilité sur l'écoulement et les transferts dans les milieux poreux. La variation de l'épaisseur de la couche poreuse a permis de passer d'un milieu totalement fluide à un milieu complètement poreux et vice versa. Dans nos simulations, nous avons fait varier l'épaisseur de la couche poreuse et le nombre de Darcy ( $Da$ ).

La dépendance des écoulements avec les différents paramètres du problème a été mise en évidence. L'existence d'une couche poreuse de faible perméabilité a pour conséquence une chute extrêmement sensible des transferts thermique.

Enfin, l'influence de la perméabilité de la couche poreuse sur les transferts a été analysée. Il a été trouvé que les coefficients de transfert thermique augmentent avec la perméabilité de la couche poreuse.

#### NOMENCLATURE

$\bar{V}$ , Vitesse de Darcy / vitesse filtration, m/s	$P$ , Grandeur moyenne de la pression, Pa
$g$ , Accélération de la pesanteur, $m/s^2$	$T$ , Grandeur moyenne de la température, K
$K_f$ , Conductivité thermique du milieu fluide, W/m.K	$K_s$ , Conductivité thermique de la matrice solide, W/m.K
$K_{eff}$ , Conductivité thermique effective, W/m.K	$F$ , Coefficient empirique, facteur de la porosité et de la microstructure du milieu poreux
$X, Y, Z$ , Coordonnées sans dimension	$U, V, W$ , Composants sans dimension
$\varepsilon$ , Porosité du milieu poreux	$\Theta$ , Température sans dimension
$\rho_0$ , Masse volumique référentielle, $kg/m^3$	$\rho_f$ , Masse volumique du fluide, $kg/m^3$
$\mu$ , Viscosité dynamique du fluide, $kg/m.s$	$\mu_{eff}$ , Viscosité dynamique du milieu poreux
$\sigma$ , Rapport des chaleurs spécifiques du milieu équivalent et du fluide	$\eta$ , Epaisseur sans dimension de la couche poreuse
$K'$ , Conductivité thermique du milieu équivalent	$\beta$ , Coefficient d'expansion volumique thermique du fluide, $K^{-1}$

## REFERENCES

- [1] S. Ben Amara, '*Écoulements et transferts thermiques en convection naturelle dans les milieux macro-poreux alimentaires- Application aux réfrigérateurs ménagers*'. Thèse de Doctorat, Institut National Agronomique Paris-Grignan, AgroParisTech, 2005.
- [2] Y. Ould-Amer and S. Slama, '*Convection naturelle dans un milieu poreux multicouche*' 13<sup>èmes</sup> Journées Internationales de Thermique, 5 p., Albi, France, 2007.
- [3] R. Rebhi, M. Alliche et M. Mamou, '*Etude numérique et analytique du transfert thermique par convection naturelle dans des couches poreuses*', NRC Publications Archive, Archives des publications du CNRC, 2016.
- [4] M. Bourich, M. Hasnaoui, Abd. Amahmid, '*Effet Sorte sur la convection hydromagnétique dans une couche poreuse horizontale*', 13<sup>èmes</sup> Journées Internationales de Thermique, Albi, France, 2007.
- [5] D. Helel et N. Boukadida, '*Transfert de chaleur et de masse dans un milieu poreux non saturé soumis à une convection forcée laminaire*', 13<sup>èmes</sup> Journées Internationales de Thermique, Albi, France, 2007.
- [6] F. Habbachi, F.S. Oueslati, R. Bennacer, M. Ganaoui and A. Elcafsi, '*Three-dimensional simulation of natural convection in cubic cavity partially filled with porous media*', Energy Procedia, Vol. 139, pp. 617 - 623, 2017.
- [7] F. Ouahlent, '*Etude de la convection thermique dans un milieu poreux (cavité partiellement poreuse)*', Mémoire de Master Université de Batna 1-Algérie, 2018.
- [8] P. Le Breton, J.P. Caltagirone et E. Arquis, '*Natural convection in a square cavity with thin porous layers on its vertical walls*', Journal of Heat transfer, Vol. 113, N°4, pp. 892 - 898, 1991.
- [9] F. Ouahlent et A. Soudani, '*Etude numérique de la convection thermique dans un milieu poreux*', Revue des Energies Renouvelables Vol. 21 N°4 (2018) 495 – 504.