

## Etude tridimensionnelle de la convection mixte dans une conduite cylindrique horizontale

Kenza Maarka et Azeddine Soudani

Laboratoire de Physique Energétique Appliquée  
Département de Physique, Faculté des Sciences de la Matière  
Université Batna 1, 05000 Batna, Algérie

(reçu le 25 Juin 2019 - 28 Juin 2019)

**Résumé** – Dans ce travail, nous présentons une étude numérique de la convection mixte d'un écoulement d'eau en régime laminaire, développée dans un cylindre chauffé par un flux de chaleur constant et uniforme. Une brève revue des travaux récents sur les écoulements et le transfert de chaleur en convection mixte est exposée. Une description du problème est présentée à travers les équations de conservation (masse, quantité de mouvement et énergie). Les caractéristiques dynamiques et thermiques des grandeurs physiques de cet écoulement sont déterminées numériquement en utilisant le code CFD ANSYS 17.0. Dans le cas stationnaire, les simulations ont été effectuées par la méthode des volumes finis en utilisant l'approximation de Boussinesq. Les résultats obtenus ont confirmé que les forces de gravité génèrent deux rouleaux thermo-convectifs le long de la conduite. Ainsi, l'augmentation du nombre de Grashof indique une augmentation des champs dynamique et thermique. Par contre, l'augmentation du nombre de Reynolds induit une diminution de la température.

**Abstract** – In this work, we present a numerical study of the mixed convection of a water laminar flow, developed in a cylinder heated by a constant and uniform heat flow. A brief review of recent work on mixed convection flows and heat transfer is presented. A description of the problem is presented through the conservation equations (mass, momentum and energy). The dynamic and thermal characteristics of the physical quantities of this flow are determined numerically using CFD code ANSYS 17.0. In the stationary case, the simulations were carried out using the finite volume method using the Boussinesq approximation. The results obtained confirmed that the gravity forces generate two thermo-convective rollers along the pipe. Thus, the increase in the number of Grashof indicates an increase in the dynamic and thermal fields. On the other hand, the increase of the number of Reynolds induces a decrease of the temperature.

**Mots clés:** Convection mixte - Nombre de Nusselt - Transfert de chaleur - CFD - Régime laminaire.

### 1. INTRODUCTION

Le phénomène de convection mixte est rencontré dans diverses applications, telles que les échangeurs de chaleur destinés au chauffage ou au refroidissement des fluides visqueux dans les procédés chimiques et les industries alimentaires, les échangeurs de chaleur compacts pour les écoulements de gaz; ainsi que ceux intervenant dans les applications biomédicales.

Pour cela, les transferts de chaleurs par convection mixte ont fait l'objet de nombreux travaux théoriques, expérimentaux et numériques, en raison de leur importance dans de nombreux domaines. La convection mixte a été un sujet de recherche pour plusieurs auteurs, comme suit,

En 1994, Abid *et al.* ont étudié une approche expérimentale, analytique et numérique de la convection mixte dans une conduite cylindrique horizontale parcourue par un fluide en régime laminaire et soumis à la paroi, à une source de chaleur continue et uniforme [1].

Hussein *et al.* (2007) ont effectué un travail expérimental sur la convection mixte laminaire hydro-dynamiquement développé dans un écoulement d'air dans un conduit cylindrique horizontal. La conduite soumise à un flux de chaleur surfacique variant de 60 W/m<sup>2</sup> à 400 W/m<sup>2</sup> et un nombre de Reynolds allant de 400 à 1600 [2].

Belaïd (2009) a étudié numériquement le transfert de chaleur en convection mixte pour un écoulement descendant à l'intérieur d'un canal vertical. Les parties médianes externes des parois sont maintenues à une température constante, alors que les autres parties en haut et en bas des parties chauffées sont adiabatiques [3].

C. Abdellahoum *et al.* (2017) ont étudié la convection mixte, d'un écoulement d'eau en régime laminaire, développée dans un cylindre chauffé par un flux de chaleur constant et uniforme [4].

Notre travail consiste à étudier numériquement l'écoulement résultant de la convection mixte, laminaire et tridimensionnelle dans une conduite cylindrique horizontale soumise à un flux thermique constant et uniforme afin d'évaluer les transferts de chaleur, ainsi il est basé sur la détermination des champs dynamiques et thermiques de l'écoulement.

## 2. FORMULATION MATHÉMATIQUE

Ce travail consiste à étudier le transfert de chaleur par convection mixte dans un écoulement monophasique laminaire dans une conduite cylindrique horizontale chauffée à flux constant. La conduite est composée de trois régions. La partie centrale, de longueur de un mètre, est chauffée par un flux constant et les deux autres parties qui délimitent la partie centrale sont adiabatiques. Le fluide utilisé dans les simulations est l'eau. Ce fluide entre dans la conduite avec une vitesse axiale et une température uniforme.

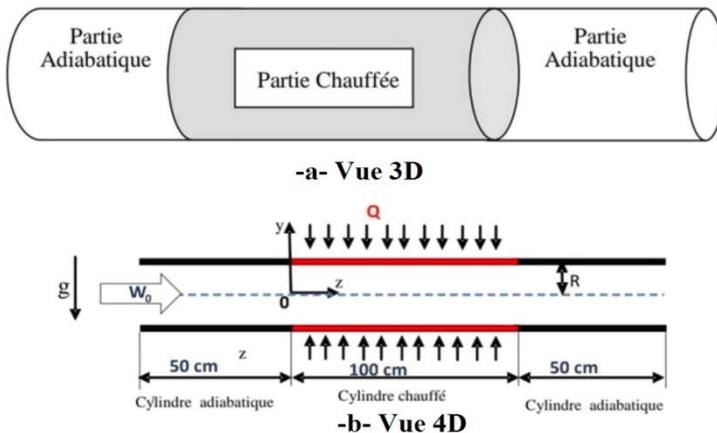


Fig. 1: Configuration et paramètres du problème

### Hypothèses

Dans le cadre de cette étude, on a considéré un écoulement monophasique à faible nombre de Reynolds qui correspond à une vitesse axiale comprise  $0.03 \leq W_0 \leq 0.072$  m/s. En première approximation, notre problème repose sur les hypothèses suivantes, le fluide est incompressible et newtonien avec des propriétés physiques constantes à l'exception de la masse volumique dans l'expression de la poussée d'Archimède pour laquelle on applique l'approximation de Boussinesq,  $\rho = \rho_0 (1 - \beta (T - T_0))$ . L'écoulement est stationnaire, tridimensionnel, et laminaire, la dissipation visqueuse est négligeable.

Les équations de conservation de la masse, de la quantité du mouvement et de l'énergie sont,

Equation de conservation de la masse

$$\frac{1}{r} \frac{\partial(ru)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial(v)}{\partial \theta} + \frac{\partial(w)}{\partial z} = 0 \quad (1)$$

Equation de quantité de mouvement radial

$$u \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{v}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta} - \frac{v^2}{r} + w \frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{1}{\rho r} \frac{\partial p}{\partial r} + v \left( \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (ru) \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} - \frac{u}{r^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial v}{\partial \theta} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) - \rho g \cos \theta \quad (2)$$

Equation de quantité de mouvement azimutal

$$u \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{v}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta} + \frac{uv}{r} + w \frac{\partial v}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial \theta} + v \left( \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rv) \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v}{\partial \theta^2} - \frac{w}{r^2} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial u}{\partial \theta} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) - \rho g \sin \theta \quad (3)$$

Equation de quantité de mouvement axial

$$u \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{v}{r} \frac{\partial w}{\partial \theta} + w \frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + v \left( \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial w}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) \quad (4)$$

Les équations du problème sont rendues adimensionnelles à l'aide des grandeurs de référence suivantes,

$$r^* = \frac{r}{D} ; z^* = \frac{z}{D} ; u^* = \frac{u}{W_0} ; v^* = \frac{v}{W_0} ; T^* = \frac{T - T_0}{T_F - T_0} ; p^* = \frac{p - p_0}{\rho W_0^2}$$

Le système d'équation définissant le mouvement s'écrit alors sous la forme adimensionnelle suivante,

Equation de conservation de la masse

$$\frac{1}{r^*} \frac{\partial(r^*u)}{\partial r^*} + \frac{1}{r^*} \frac{\partial(V)}{\partial \theta} + \frac{\partial(W)}{\partial z^*} = 0 \quad (5)$$

Equation de quantité de mouvement radial

$$U \frac{\partial U}{\partial r^*} + \frac{V}{r^*} \frac{\partial U}{\partial \theta} + \frac{\partial(VW)}{\partial z^*} - \frac{V^2}{r^*} = -\frac{\partial P}{\partial r^*} + \frac{Gr}{Re^2} \cos \theta T^* + \frac{1}{Re} \left( \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} \left( r^* \frac{\partial U}{\partial r^*} \right) + \frac{1}{r^{*2}} \frac{\partial^2 U}{\partial \theta^2} + \frac{\partial}{\partial z^*} \left( \frac{\partial U}{\partial z^*} \right) - \frac{1}{r^{*2}} \frac{\partial U}{\partial \theta} - \frac{V}{r^{*2}} + \frac{2}{r^{*2}} \frac{\partial V}{\partial \theta} \right) \quad (6)$$

Equation de quantité de mouvement azimutal

$$\frac{\partial V}{\partial r^*} + \frac{V}{r^*} \frac{\partial V}{\partial \theta} + \frac{\partial(VW)}{\partial z^*} + \frac{UV}{r^*} = -\frac{1}{r^*} \frac{\partial P}{\partial \theta} + \frac{Gr}{Re^2} \sin \theta T^* + \frac{1}{Re} \left( \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} \left( r^* \frac{\partial V}{\partial r^*} \right) + \frac{1}{r^{*2}} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \frac{\partial V}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial z^*} \left( \frac{\partial V}{\partial z^*} \right) - \frac{V}{r^{*2}} + \frac{2}{r^{*2}} \left( \frac{\partial V}{\partial \theta} \right) \right) \quad (7)$$

Equation de quantité de mouvement axiale

$$U \frac{\partial W}{\partial r^*} + \frac{V}{r^*} \frac{\partial W}{\partial \theta} + \frac{\partial(VW)}{\partial z^*} = - \frac{\partial P}{\partial z^*} + \frac{1}{\text{Re}} \left( \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} \left( r^* \frac{\partial W}{\partial r^*} \right) + \frac{1}{r^{*2}} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \frac{\partial W}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial z^*} \left( \frac{\partial W}{\partial z^*} \right) \right) \tag{8}$$

Equation de conservation d'énergie

$$\frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} (r^* UT^*) + \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial \theta} (VT^*) + \frac{\partial}{\partial z} (WT^*) = \frac{1}{\text{RePr}} \left( \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} \left( r^* k \frac{\partial T^*}{\partial r^*} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( k \frac{\partial T^*}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( k \frac{\partial T^*}{\partial z} \right) \right) \tag{9}$$

La mise sous forme adimensionnelle des équations de conservation fait apparaître des nombres sans dimensions caractéristiques du problème donnés par:

**Tableau 1.** Nombre adimensionnels

<u>Nombre adimensionnel</u>	<u>Formulation</u>
<u>Nombre de Reynolds</u>	$\text{Re} = W_0 D / \nu$
<u>Nombre de Prandtl</u>	$\text{Pr} = \mu C_p / K$
<u>Nombre de Grashof</u>	$\text{Gr} = g \beta \Delta T D^2 / \nu^2$
<u>Nombre de Richardson</u>	$\text{Ri} = \text{Gr} / \text{Re}^2$

Le système d'équations précédent doit être résolu sous certaines conditions aux limites bien déterminées. Ces conditions aux limites s aux caractéristiques du problème de convection mixte dans une conduite cylindrique horizontale.

**Tableau2.** Conditions aux limites hydrodynamique et thermique sous forme adimensionnelle

<u>Limites</u>	<u>Conditions hydrodynamiques</u>	<u>Conditions thermiques</u>
$Z = 0 ; -R \leq r^* \leq R$ (Entrée)	$W = 1 ; V = 0 ; U = 0$	$T^* = 0$
$Z = L ; -R \leq r^* \leq R$ (Sortie)	$\frac{\partial U}{\partial Z^*} = \frac{\partial V}{\partial Z^*} = \frac{\partial W}{\partial Z^*} = 0$	$\frac{\partial T^*}{\partial Z^*} = 0$
Parties adiabatiques	$W = U = V = 0$	$\frac{\partial T^*}{\partial r^*} = 0$
Parties chauffées	$W = U = V = 0$	$T^* = 1$

### 3. RESULTATS ET DISCUSSIONS

Dans cette partie, nous présentons les résultats obtenus d'une simulation 3D concernant l'étude de la convection mixte dans une conduite horizontale.

Pour une bonne qualité des résultats, le choix d'un maillage optimal est primordial. L'indépendance du maillage est un test de simulation réalisé avec un maillage de plus en plus raffiné jusqu'à ce que la solution ne varie plus avec le raffinement du maillage. Le choix du maillage est présenté sur la figure 2.

La figure 3, montre la variation des résidus en fonction du nombre d'itérations. On peut constater que la convergence est atteinte au bout de 1400 itérations. Les résidus représentés dans la figure correspondent aux cinq équations résolues (équation de continuité, équation de quantité de mouvement selon x, équation de quantité de

mouvement selon  $y$ , équations de quantité de mouvement selon  $z$  et équation de l'énergie).

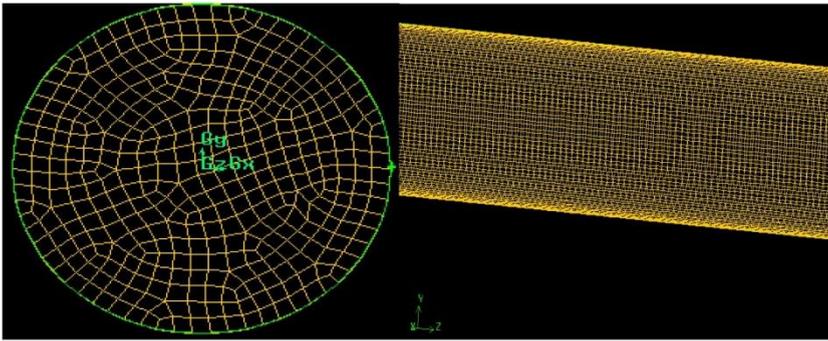


Fig. 2: Maillage de la conduite

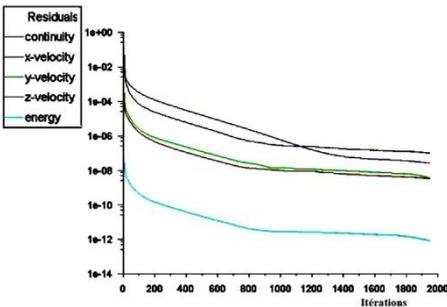


Fig. 3: Evolutions des résidus

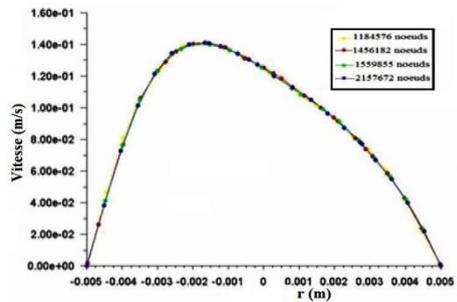
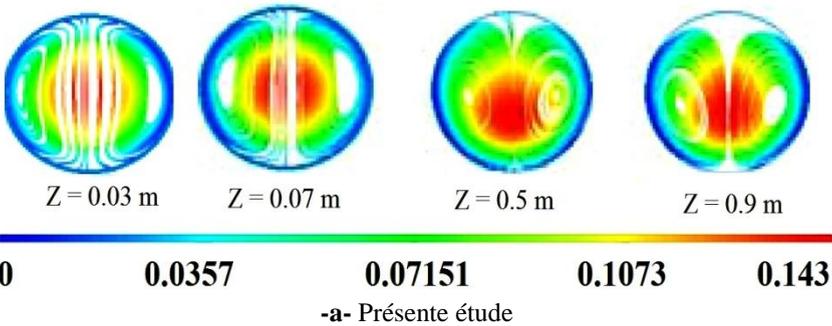


Fig. 4: Test de maillage

Ces résultats montrent que le maillage de 1559855 nœuds est suffisant pour assurer une bonne convergence des résultats avec une précision égale  $10^{-7}$ . La simulation a été réalisée par le logiciel Ansys 17.0 et les résultats obtenus concernant les profils des lignes de courant et des isothermes sont comparés à ceux de Abid [4].

### 3.1 Structure de l'écoulement



La structure de l'écoulement moyen est illustrée par les lignes de courant des sections transversales du cylindre. Les calculs ont confirmé la présence de deux rouleaux convectifs le long du cylindre chauffé (figure 5-a) qui sont produits par l'effet des forces de poussée d'Archimède. Ce résultat est en bon accord avec celui de Abid [4].

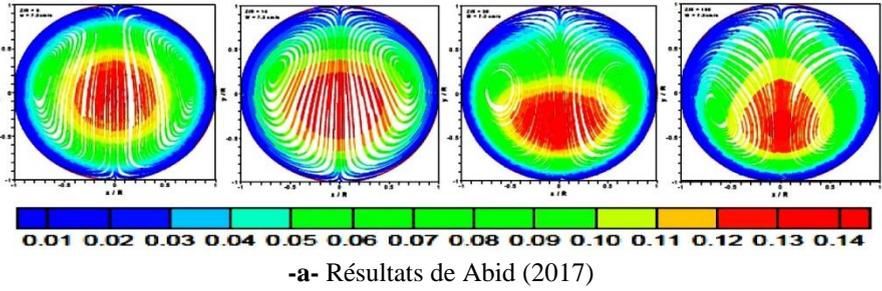


Fig. 5: Evolution des lignes de courant pour différentes sections transversales de la partie chauffée

**3.2 Champ thermique**

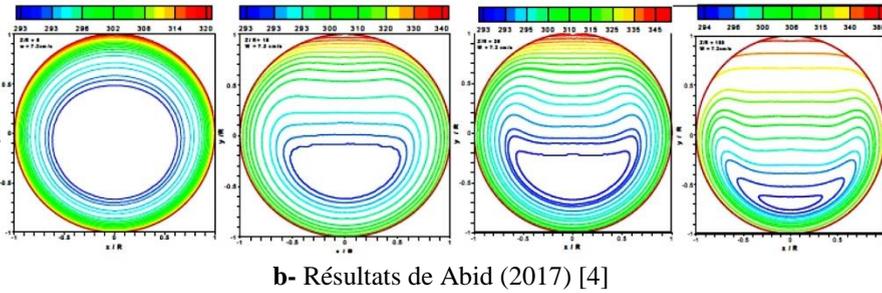
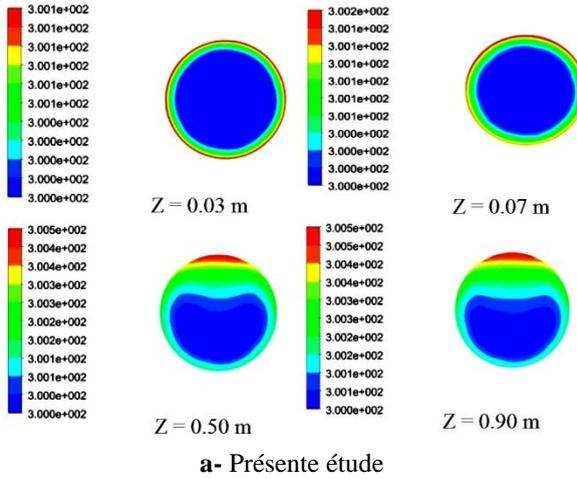


Fig. 6: Isothermes en (K) dans le fluide pour différentes sections droites

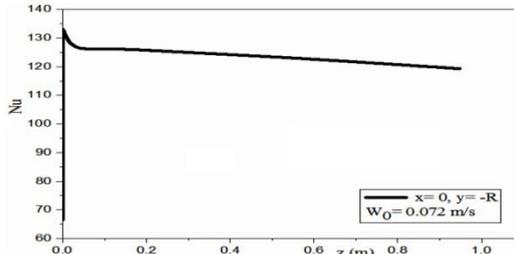


Fig. 7: Evolution du Nombre de Nusselt le long de la ligne inférieure de la conduite

Les isothermes obtenues par les calculs sont en bon accord avec ceux de Abid *et al.* [4] (figure 6). Dans ce cas, nous observons bien une accumulation du fluide chaud avec une stratification dans la partie haute d'une section droite quand la cote Z croit alors que le bas de la section droite reste pratiquement à température constante.

Les valeurs de Nusselt locaux en convection mixte croissent pour atteindre un maximum à l'entrée du cylindre chauffé. Cette phase de croissance est liée à l'apparition des rouleaux de convection naturelle qui sont les plus forts, c'est dans cette zone que les mouvements liés à la convection naturelle sont les plus fort. En aval, une décroissance est observée.

Elle s'explique par une plus faible activité de la convection naturelle dans cette zone couplée à la formation de la couche limite thermique (figure 7).

### 3.3 Influence du nombre de Grashof sur les caractéristiques de l'écoulement

#### 3.3.1 Champ thermique – Nu en fonction Gr

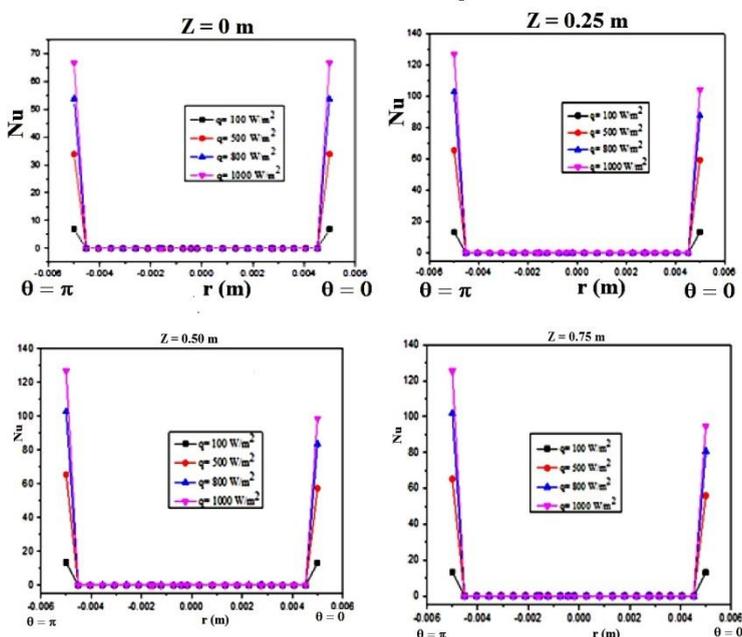


Fig. 8: Evolution du nombre de Nusselt suivant un diamètre vertical pour différentes positions axiales

Quand la cote Z croît,  $Nu_{inf}$  est plus important que  $Nu_{sup}$ . Ce qui signifie que le transfert de chaleur est beaucoup plus efficace et intense dans le bas d'une section droite que dans sa partie haute. Ainsi, l'augmentation du nombre de Grashof indique une augmentation du nombre de Nusselt.

#### 3.3.2 Champ thermique – la température en fonction de Gr

Quand on augmente le nombre de Grashof, on remarque une augmentation de la température pour la même position axiale Z. (figure 9)

#### 3.3.3 Champ dynamique – la vitesse en fonction de Gr

Le nombre de Grashof augmente, à cause de la quantité de chaleur fournie au fluide. La déformation du profil de vitesse apparait beaucoup plus près de l'entrée de la partie

chauffée et son maximum se voit déplacer vers la zone inférieure ( $R < 0$ ) de la section (force de gravité sont plus importantes que les forces d'Archimède) à  $Z = 0.25$  m.

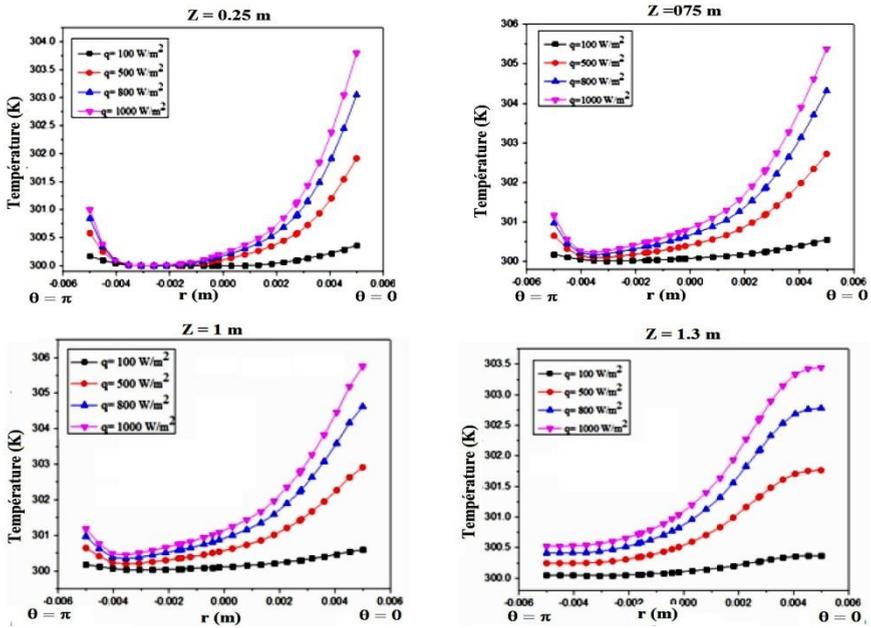


Fig. 9: Evolution du profil de température suivant un diamètre vertical pour différentes valeurs de  $Gr$  et pour différentes positions axiales

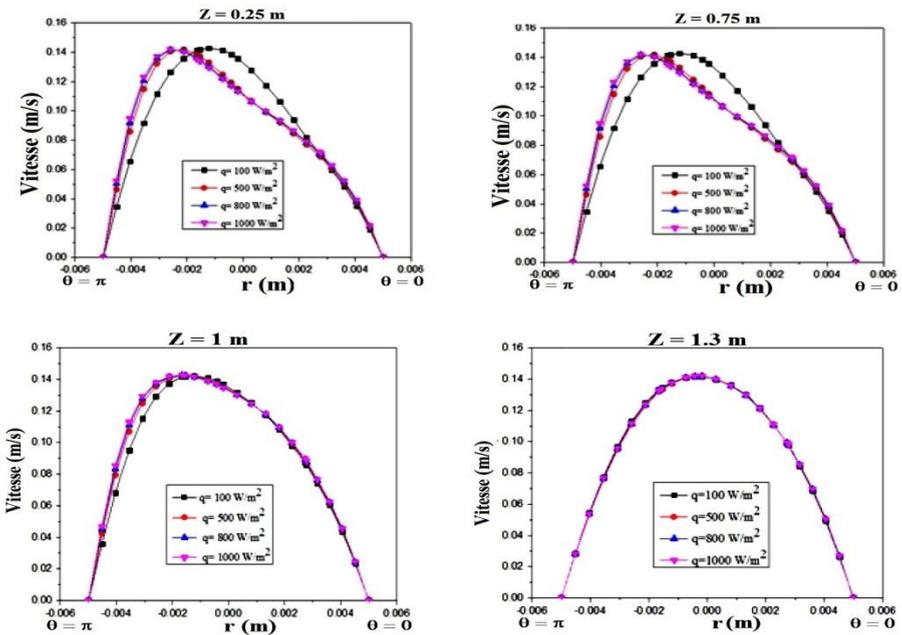


Fig. 10: Evolution de la vitesse axiale suivant un diamètre vertical pour différentes valeurs de  $Gr$  et pour différentes positions axiales

En s'éloignant de cette position axiale, le fluide reçoit de la chaleur et les forces d'Archimède deviennent plus importantes que les forces de gravité, ce qui fait déplacer le maximum vers la zone supérieure ( $R > 0$ ).

### 3.4 Effet du nombre de Reynolds sur la température

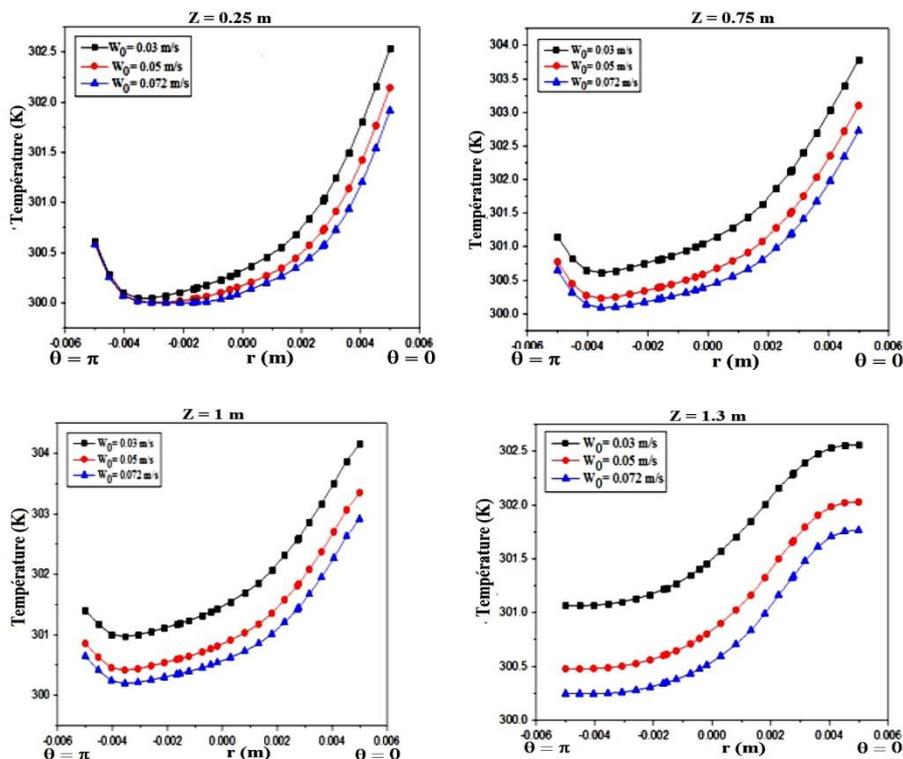


Fig. 11: Evolution des profils de température suivant un diamètre vertical pour différentes valeurs de vitesse et pour différentes positions axiales

La température décroît au fur et à mesure que la vitesse débitante augmente en maintenant un flux de chaleur constant.

## 4. CONCLUSION

Ce travail a été consacré à l'étude du transfert de chaleur par convection mixte dans un écoulement laminaire d'un fluide incompressible et newtonien dans une conduite cylindrique horizontale chauffée soumise à un flux constant.

La conduite est composée de trois régions. La partie centrale, de longueur d'un mètre, est chauffée à flux constant et les deux autres parties qui délimitent la partie centrale sont adiabatiques. A l'entrée de ce conduit, se présente un écoulement d'eau avec une vitesse et une température constante.

Les résultats obtenus dans ce travail sont basés sur la détermination des champs dynamiques et thermiques de l'écoulement laminaire en convection mixte.

En particulier, on a étudié les effets du nombre de Grashof et du nombre de Reynolds (vitesse) sur le comportement de l'écoulement et sur le transfert de chaleur induit par la convection mixte tridimensionnelle au sein d'une conduite horizontale.

Les conclusions principales obtenues de ce travail peuvent être résumées comme suit,

La température pariétale varie considérablement le long de la circonférence d'une section droite et elle est minimale dans sa partie inférieure et maximale dans sa partie supérieure.

Cette température tend à s'uniformiser quand la côte  $z$  croît.

Une accumulation du fluide chaud avec une stratification dans la partie supérieure de la conduite, alors que la région inférieure de la conduite reste pratiquement à température constante.

L'augmentation du nombre de Grashof (densité de flux) provoque une augmentation de la température du fluide et par conséquent une augmentation du nombre de Nusselt dans la partie chauffée de la conduite.

L'augmentation du nombre de Reynolds fait diminuer la température du fluide.

Les résultats montrent la présence de deux rouleaux convectifs le long du cylindre chauffé qui sont produits par l'effet des forces de poussée d'Archimède (établissement hydrodynamique).

## NOMENCLATURE

$C_p$ , Capacité thermique, J/kg.K	S, Terme source
g, Accélération gravitationnelle, $m/s^2$	P, Pression adimensionnelle,
D, Diamètre caractéristique, m	$r^*$ , Coordonnée radiale adimensionnelle
r, Rayon de la conduite, m	$T^*$ , Température adimensionnelle
L, Longueur de la conduite, m	U, V, W, Composantes adimensionnelles
k, Conductivité ther. fluide, W/m.K	alpha, Diffusivité thermique, $m^2/s$
p, Pression, Pa	theta, Coordonnée-direction azimuth, rad
q, Densité de flux chaleur, $W/m^2$	$\mu$ , Viscosité dynamique, kg/m.s
r, Coordonnée - direction radiale, m	$\nu$ , Viscosité cinématique, $m^2/s$
T, Température, K	rho, masse volumique, $kg/m^3$
u, v, w, Composants dimensionnels	( )*, variable adimensionnelle
betha, Coefficient d'expansion ther.	

## REFERENCES

- [1] C. Abid, F. Papini, A. Ropke et D. Veyret, 'Etude de la convection mixte dans un conduit cylindrique. Approches analytique/numérique et détermination expérimentale de la température de paroi par thermographie infrarouge', International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol 37, N°1, pp. 91 - 101, 1994.
- [2] A.M. Hussein and Y.K. Salman, 'Combined Convection Heat Transfer for Thermally Developing Aiding Flow in an Inclined Circular Cylinder with Constant Heat Flux', Applied Thermal Engineering, Vol. 27, pp. 1236 - 1247, 2007.
- [3] A. Belaid, 'Etude de la convection mixte (favorable /défavorable) dans un tube vertical', Mémoire de Magister en Génie Mécanique, Université Mentouri, Constantine, 2009.
- [4] C. Abdellahoum, A. Mataoui and C. Abid, 'Analyse du refroidissement par convection mixte d'un écoulement d'eau dans une conduite cylindrique horizontale', Open Conf. Marseille, 2017.