

Convection naturelle Thermosolutale dans une Cavité Poreuse Anisotrope: Formulation de Darcy-Brinkman

Rachid Bennacer, Abdelwahab Tobbal et Hassen Beji

*Laboratoire Environnement, Energie, Valorisation, Matériaux, Université de Cergy-Pontoise, 5 Mail Gay Lussac
Neuville sur Oise, 95031 Cergy-Pontoise cedex, France*

Résumé – Nous présentons une étude numérique et analytique concernant le transfert combiné de chaleur et de masse dans un milieu poreux. Ce milieu est globalement homogène et présente une anisotropie thermique. L'équation qui gouverne l'écoulement est celle de Darcy-Brinkman. Le système d'équations couplées est résolu par la méthode classique des volumes finis. Dans le cas d'écoulements d'origine thermique, l'analyse d'échelle est appliquée pour prédire analytiquement l'évolution du transfert de chaleur et de masse en fonction de l'anisotropie thermique. Les simulations numériques sont présentées pour une cavité carrée en faisant varier une large gamme de paramètres. Les résultats numériques sont analysés en terme de transfert moyen de chaleur et de masse sur les parois verticales de la cavité et montrent l'existence d'un maximum de transfert de masse pour un rapport d'anisotropie critique. Cette situation critique dépend de plusieurs paramètres dont le nombre de Lewis du fluide saturant. Ces résultats sont comparés à ceux prédits par l'analyse d'échelle, dans le cas d'un écoulement en couche limite (modèle de Darcy), et une corrélation générale est établie pour le calcul du transfert de masse et de chaleur en fonction des différents paramètres étudiés.

Abstract – This paper summarises an analytical and numerical study of combined heat and mass transfer driven by buoyancy, due to temperature and concentration variations in a two dimensional rectangular cavity filled with saturated homogeneous porous medium that is thermally anisotropic. The left and right vertical walls are submitted to horizontal thermal and compositional gradients, while the horizontal top and bottom walls are adiabatic and impermeable. The momentum conservation equation makes use of the Brinkman-extended Darcy equation, and the set of coupled equations is solved using the classical finite volume method. In thermal driven flow ($N \ll 1$), scale analysis is applied to predict analytically the evolution of heat and mass transfer with thermal anisotropy. and numerical simulations are presented for $A = 1$, $10^3 < Ra^* < 10^4$, $Pr = 0.71$, $10^{-2} < \lambda^* < 10^2$, $1 < Le < 10$ which denote respectively: the enclosure aspect ratio, the porous Rayleigh number, the Prandtl number, anisotropic thermal conductivity ratio and the Lewis number. The numerical results are mainly analysed in terms of the average heat and mass transfer at the vertical walls of the cavity, that are found well predicted by the scale analysis. The results indicate that a maximum of mass transfer is obtained for a critical thermal anisotropy ratio. The critical situation changes with the Lewis number. In the boundary layer regime, general correlation is established to predict the evolution of mass transfer with thermal anisotropy ratio.

Mots clés: Milieu poreux – Transfert de chaleur – Transfert de masse – Anisotropie thermique – Formulation de Darcy-Brinkman – Méthode des volumes finis.

1. INTRODUCTION

Dans un milieu poreux, quand un fluide saturant à plusieurs composants est soumis à des gradients de densité causés par des variations locales de température et de concentration, des forces volumiques dues au champ de gravité induisent un mouvement convectif : c'est la convection naturelle thermosolutale. La convection naturelle dans les milieux poreux a une importance fondamentale et trouve des applications dans de nombreux domaines (astrophysique, océanographie, géophysique, pollution de l'air, diffusion souterraine des polluants, enfouissement souterrain des déchets radioactifs, isolation thermique, métallurgie, extractions pétrolières, exploitation géothermique et stockage de certains produits agricoles).

La plupart des études existantes traitent de la convection d'origine thermique et sont basées sur le modèle de Darcy. De plus ces études supposent le caractère isotrope et homogène des matériaux poreux. Dans beaucoup de cas, la loi de Darcy se trouve inadéquate et l'anisotropie qui est en général la conséquence d'une orientation préférentielle ou d'une asymétrie géométrique des grains ou des fibres est rencontrée dans de nombreux milieux poreux, comme les formations rocheuses, les sols sédimentaires, les matériaux d'isolation thermique et les structures dendritiques formées lors de la solidification de mélanges à plusieurs composants. Des études récentes prennent en compte le caractère anisotrope et hétérogène des milieux poreux mais n'abordent que la convection naturelle purement thermique et sont basées sur le modèle de Darcy.

La plupart des travaux expérimentaux, analytiques et numériques qui traitent des transferts convectifs de chaleur et de masse dans les milieux poreux ont été résumés dans l'ouvrage de Nield et Bejan [1].

La première configuration concerne les couches poreuses horizontales. Dans le cas isotrope, de très nombreuses études ont été menées en convection thermique pure. Les premières avec des gradients verticaux de température et de concentration imposés remontent à Nield [2] et Taunton *et al.* [3]. D'autres plus récentes [4-6] concernent les problèmes de stabilité des écoulements convectifs. Les transferts de chaleur et de masse ont été étudiés analytiquement et numériquement par Trevisan et Bejan [7] dans le cas d'écoulements d'origine thermique à des nombres de Rayleigh élevés. L'influence des nombres de Rayleigh, de Lewis et du rapport des forces de volume sur les transferts dans le cas d'écoulements stationnaires et instationnaires est présentée dans une étude récente de Rosenberg et Spera [8]. Mamou *et al.* [9] établissent une solution analytique et comparent aux résultats numériques pour une cavité poreuse soumise à des flux uniformes de chaleur et de masse sur les parois horizontales. D'autres études ont été menées sur la convection naturelle thermique dans des couches horizontales anisotropes chauffées par le bas [10-14]. Ces investigations concernent la stabilité des écoulements et les transferts de chaleur à des nombres de Rayleigh critiques modérés. Royer et Flores [15] se sont intéressés à l'anisotropie et à l'hétérogénéité du milieu avec une source de chaleur interne. Les études de stabilité en convection thermosolutale de couches horizontales anisotropes et hétérogènes ont été considérées respectivement par Chen et Lu [16], Malashetty [17] et Rubin [18].

La seconde configuration porte sur les milieux poreux verticaux soumis à des gradients horizontaux. En supposant le caractère isotrope des matériaux poreux, de nombreux travaux essentiellement analytiques et numériques ont été menés en convection thermique [19-21] : ces études traitent de la validité des modèles existants (Darcy, Darcy-Brinkman et Darcy-Brinkman-Forscheimer) et, récemment, une attention particulière a été donnée au transfert de chaleur et de masse dans les cavités poreuses isotropes. Le régime des couches limites a été considéré par plusieurs auteurs [22-24]. Trevisan et Bejan [25] ont étudié une cavité carrée assujettie à des gradients horizontaux de température et concentration, et les résultats numériques ont été comparés à ceux obtenus par l'analyse d'échelle pour des nombres de Lewis et des rapports de forces de volume modérés. La même situation a été étudiée récemment par Goyau *et al.* [26] pour de larges gammes de valeurs du nombre de Lewis et du rapport des forces de volume.

Concernant les milieux anisotropes, voire hétérogènes on peut citer Ni et Beckermann [27] qui présentent une étude numérique sur la convection naturelle thermique où le milieu poreux est supposé thermiquement et hydrauliquement anisotrope et globalement homogène. Comparé au cas du milieu poreux isotrope, il se trouve qu'un fort rapport d'anisotropie en perméabilité entraîne une hausse du transfert de chaleur. Le transfert de chaleur décroît avec l'accroissement du rapport d'anisotropie en conductivité thermique. Chan et Lin [28] ont étudié numériquement l'influence de l'anisotropie hydraulique, de la diffusivité thermique et

de la conduction d'une paroi sur le transfert convectif dans une cavité poreuse rectangulaire. Il a été trouvé que le nombre de Nusselt croît avec l'accroissement du rapport de la diffusivité thermique de la paroi à la diffusivité thermique du milieu poreux; la valeur critique de ce rapport pour laquelle un minimum de transfert est atteint, décroît avec l'accroissement de l'anisotropie hydraulique. Degan *et al.* [29] ont examiné analytiquement et numériquement une longue cavité poreuse exposée à un flux de chaleur constant; les anisotropies thermique et hydraulique sont prises en compte et les axes d'anisotropie en perméabilité sont inclinés par rapport aux forces de gravité. Un maximum (minimum) de transfert de chaleur peut être obtenu si la matrice poreuse est orientée selon la plus grande perméabilité parallèlement (perpendiculairement) à la direction verticale et un fort rapport d'anisotropie thermique peut engendrer un écoulement intense mais un faible transfert de chaleur. Chang *et al.* [30] se sont intéressés au problème de la convection naturelle dans un cylindre vertical contenant un milieu poreux saturé anisotrope. Poulikakos et Bejan [31] et Lai et Kulacki [32] se sont intéressés aux milieux formés de couches poreuses horizontales ou verticales avec différentes perméabilités et/ou conductivités effectives. A notre connaissance les travaux qui traitent de la convection naturelle thermosolutale dans les milieux poreux thermiquement et/ou hydrauliquement anisotropes sont ceux de Bennacer et Tobbal [33-36].

Le travail qui fait l'objet de cet article concerne la convection naturelle thermosolutale dans les milieux poreux présentant une anisotropie thermique. Le modèle pris en compte est celui de Darcy-Brinkman qui est plus adéquat pour étudier les milieux fortement perméables. Nous présentons d'abord la description du modèle physique ainsi que les équations de conservation qui régissent le problème. La suite est consacrée à une analyse d'échelle dans le cas anisotrope. Dans la dernière partie, la procédure numérique est brièvement rappelée et ensuite les simulations numériques pour de larges gammes de paramètres sont présentées et analysées.

2. CONFIGURATION ET MODELE

Le modèle physique considéré dans ce travail est représenté sur la figure 1 ; c'est une cavité verticale rectangulaire de hauteur H et de largeur L , constituée d'un milieu poreux saturé. Les parois verticales sont soumises à des températures et des concentrations (T_1 et C_1 à droite, T_2 et C_2 à gauche) constantes et uniformes.

Des flux nuls de chaleur et de concentration sont imposés sur les parois horizontales. L'écoulement est incompressible et laminaire. Le fluide saturant est supposé Newtonien et satisfaisant l'approximation d'Oberbeck-Boussinesq. Les propriétés thermophysiques du fluide sont supposées constantes, à l'exception de la masse volumique dans le terme des forces de volume qui dépend linéairement de la température et de la concentration:

$$\rho(T, C) = \rho_o [1 - \beta_T (T - T_o) - \beta_S (C - C_o)] \quad (1)$$

β_T et β_S sont respectivement les coefficients d'expansion thermique et massique donnée par:

$$\beta_T = -\frac{1}{\rho_o} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_C \quad \text{et} \quad \beta_S = -\frac{1}{\rho_o} \left(\frac{\partial \rho}{\partial C} \right)_T \quad (2)$$

Les effets croisés Soret et Dufour sur la diffusion de chaleur et de masse sont négligés. La matrice solide est supposée indéformable et en équilibre thermique avec le fluide (modèle à une équation). L'anisotropie thermique du milieu poreux est prise en compte. Les directions principales des conductivités thermiques équivalentes λ_x , λ_z coïncident avec les axes horizontal et vertical

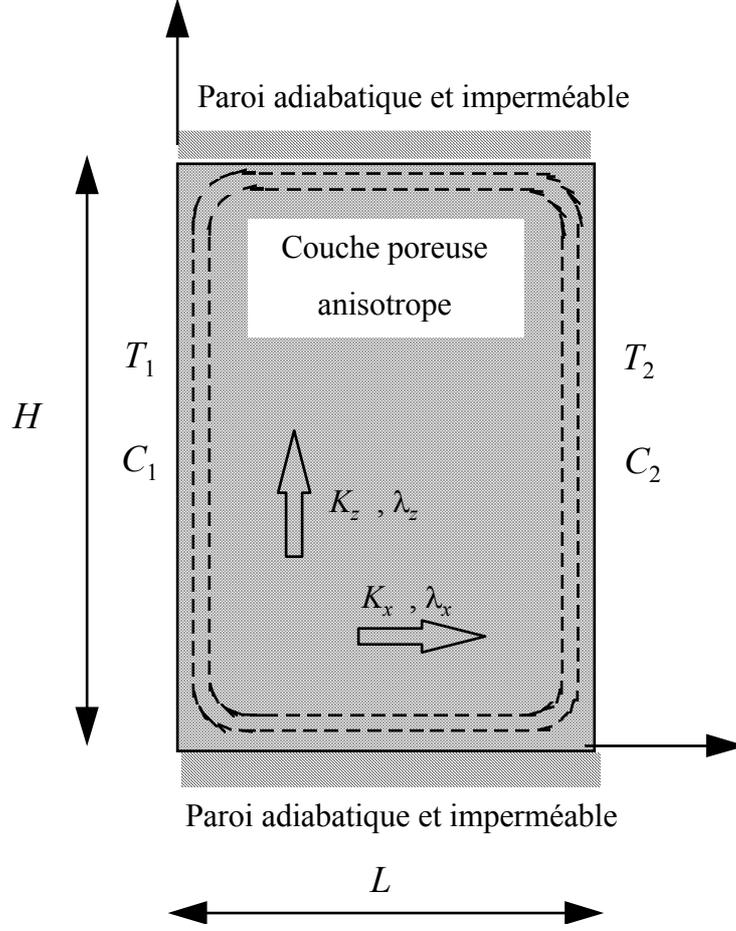


Fig. 1: Configuration physique étudiée

Compte tenu des hypothèses préalables et en supposant la validité de la formulation de Darcy-Brinkman, les équations de conservation macroscopiques de masse, de quantité de mouvement, d'énergie et d'espèce chimique décrivant le phénomène dans la cavité peuvent être écrites de la façon suivante:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{V}^* = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\rho}{\varepsilon} \frac{\partial \vec{V}^*}{\partial t^*} + \frac{\rho}{\varepsilon^2} (\vec{V}^* \cdot \vec{\nabla}) \vec{V}^* = -\mu K \vec{V}^* - \vec{\nabla} P^* + \mu_{eff} \vec{\nabla}^2 \vec{V}^* + \rho g \vec{k} \quad (4)$$

$$\sigma \frac{\partial T}{\partial t^*} + \vec{V}^* \cdot \vec{\nabla} T = \vec{\nabla} \cdot (\bar{\alpha}_{eq} \vec{\nabla} T) \quad (5)$$

$$\varepsilon \frac{\partial C}{\partial t^*} + \vec{V}^* \cdot \vec{\nabla} C = \vec{\nabla} \cdot (D_{eq} \vec{\nabla} C) \quad (6)$$

$\bar{\alpha}_{eq}$ et le tenseur du second ordre de la diffusivité thermique équivalente.

$$\bar{\alpha}_{eq} = \frac{1}{(\rho c)_f} \begin{bmatrix} \lambda_x & 0 \\ 0 & \lambda_z \end{bmatrix}$$

Les autres grandeurs intervenant sont la vitesse V^* , la pression P^* , la température T , la concentration d'espèce C , la porosité ε , la viscosité dynamique du fluide μ et du milieu

équivalent μ_{eff} , la perméabilité K , le rapport des chaleurs spécifiques du milieu équivalent et du fluide $\sigma = (\rho c)_{eq} / (\rho c)_f$, la masse volumique du fluide ρ , le temps t^* , l'accélération gravitationnelle g , la diffusivité massique du milieu équivalent D_{eq} .

Pour mettre le système d'équations (3-6) sous forme adimensionnelle, la hauteur de la cavité est utilisée comme longueur de référence pour les coordonnées spatiales ($x = x^* / H$ et $z = z^* / H$); les variables adimensionnelles pour le temps, la vitesse, la pression, la température et la concentration sont définies respectivement par:

$$t = t^* \nu / H^2, V = V^* H / \nu, P = P^* H^2 / \rho \nu^2, \theta = (T - T_0) / \Delta T, \phi = (C - C_0) / \Delta C. \quad (7)$$

La forme adimensionnelle des équations (3-6) est alors:

$$\nabla \cdot \vec{V} = 0 \quad (8)$$

$$\frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + \frac{1}{\varepsilon^2} (\vec{V} \cdot \vec{\nabla}) \vec{V} = -\frac{1}{Da} \vec{V} - \vec{\nabla} P + \Lambda \nabla^2 \vec{V} + (Gr_T \theta + Gr_S \phi) \vec{k} \quad (9)$$

$$\sigma \frac{\partial \theta}{\partial t} + \vec{V} \cdot \vec{\nabla} \theta = \frac{R_\lambda}{Pr} \vec{\nabla} \cdot (\overline{\mathfrak{R}}_{\lambda'}^{-1} \vec{\nabla} \theta) \quad (10)$$

$$\varepsilon \frac{\partial \phi}{\partial t} + \vec{V} \cdot \vec{\nabla} \phi = \frac{R_D}{Le} \vec{\nabla}^2 \phi \quad (11)$$

A l'exception du rapport de forme de la cavité $A = H/L$ qui n'apparaît pas explicitement dans les équations mais qui reste un paramètre essentiel du problème, nous retrouvons les grandeurs caractéristiques de la convection naturelle thermique dans le milieu poreux: le nombre de Prandlt $Pr = \nu / \alpha$, le nombre de Grashof thermique $Gr_T = g \beta_T \Delta T H^3 / \nu^2$, le nombre de Darcy $Da = K_z / H^2$.

La convection solutale est définie par les paramètres adimensionnels suivants: le nombre de Schmidt $Sc = \nu / D$, le nombre de Grashof solutal $Gr_S = g \beta_S \Delta C H^3 / \nu^2$

La combinaison de ces paramètres caractérise la convection thermosolutale, à savoir le nombre de Rayleigh poreux thermique, le nombre de Lewis $Le = \alpha / D$, le rapport des forces de volume d'origine solutale et thermique $N = Gr_S / Gr_T$.

L'anisotropie en conductivité thermique est exprimée par le tenseur adimensionné du second ordre:

$$\overline{\mathfrak{R}}_{\lambda'} = \begin{bmatrix} \lambda' & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ avec } \lambda' = \lambda_x / \lambda_z$$

$R_\lambda = \lambda_z / \lambda_f$ est le rapport de la conductivité thermique verticale du milieu équivalent et de celle du fluide. $R_D = D_{eq} / D$ est le rapport de la diffusivité massique du milieu équivalent et de la diffusivité moléculaire du soluté dans le fluide.

Les conditions aux limites sous leur forme adimensionnelle sont les suivantes:

- Sur les parois verticales ($x = 0, 1/A$):

$$\text{conditions thermiques et massiques: } \theta = 0.5 \text{ et } \phi = 0.5 \text{ à } x = 0$$

$$\theta = -0.5 \text{ et } \phi = -0.5 \text{ à } x = 1/A$$

$$\text{conditions hydrodynamiques: } u = w = 0$$

- Sur les parois horizontales ($z = 0, 1$):

$$\text{conditions thermiques et massiques: } \frac{\partial \theta}{\partial z} = \frac{\partial \phi}{\partial z} = 0 \quad \text{à } z = 0 \quad \text{et } z = 1$$

$$\text{conditions hydrodynamiques: } u = w = 0$$

En utilisant les flux diffusifs de référence $\lambda_z \Delta T / H$ pour l'énergie et $D_{\text{eq}} \Delta C / H$ pour l'espèce, les transferts de chaleur et de masse moyens à travers les parois verticales de la cavité sont représentés sous leur forme adimensionnelle par les nombres de Nusselt et Sherwood:

$$Nu = \lambda^r \int_0^1 (\partial \theta / \partial x) dz \quad \text{et} \quad Sh = \int_0^1 (\partial \phi / \partial x) dz \quad (12)$$

3. ANALYSE D'ECHELLE

En nous inspirant de l'étude établie par Trevisan et Béjan [25] dans le cas d'un écoulement de Darcy en milieu poreux saturé isotrope, nous établissons une analyse des ordres de grandeur pour un milieu poreux saturé thermiquement anisotrope.

Une variation de l'anisotropie en conductivité, du fait que les variables de référence sont basées sur des grandeurs physiques verticales, correspondrait à un cas physique où seulement la conductivité thermique horizontale serait modifiée. L'hypothèse de couche limite est adoptée: l'énergie qui diffuse horizontalement des parois est totalement convectée par l'écoulement vertical. On analyse le cas où les forces de volume sont principalement d'origine thermique ($N \ll 1$) sachant que dans l'autre cas il suffit de remplacer les caractéristiques thermiques par celles du soluté. Nos ordres de grandeur sont établis avec les variables adimensionnées. Dans un milieu poreux anisotrope en conductivité thermique et en écoulement de Darcy, les équations (8)-(10) nous permettent d'écrire les équilibres suivants sur une échelle δ_T :

$$\frac{u}{\delta_T} \sim w \quad (13)$$

$$\left(\frac{w}{\delta_T}; u \right) \sim Da Gr_T \frac{\Delta \theta}{\delta_T} \quad \text{avec} \quad \Delta \theta \sim 1 \quad (14)$$

$$\left(\frac{u}{\delta_T}; w \right) \sim \frac{R_\lambda}{Pr} \left(\lambda^r \frac{1}{\delta_T^2}; 1 \right) \quad (15)$$

Les équations (13) et (14) avec la condition $\delta_T \ll 1$ permettent d'avoir:

$$u \sim \frac{R_\lambda \lambda^r}{Pr} Ra^{*1/2} \quad (16)$$

$$w \sim Da Gr_T \equiv \frac{1}{Pr} Ra^* \quad (17)$$

$$\delta_T \sim \left(\frac{Gr_T Pr Da}{R_\lambda \lambda^r} \right)^{-1/2} \equiv (R_\lambda \lambda^r)^{1/2} Ra^{*-1/2} \quad (18)$$

Le dernier équilibre est obtenu par la condition $\delta_T \ll \lambda^{r/2}$ qui se traduit par $R_\lambda Ra^* \gg 1$ car dans le cas contraire on imagine aisément que c'est la solution diffusive qui s'installe ($Nu \sim 1$). Ces ordres de grandeur sont valables si les deux couches limites thermiques le long

des parois verticales sont séparées, ce qui se traduit par $\delta_T \ll 1/A$, c'est à dire selon l'équation (18):

$$\frac{1}{A} \left(\frac{Ra^*}{R_\lambda \lambda^r} \right)^{1/2} \gg 1$$

L'estimation de la couche limite solutale δ_S nécessite l'intégration de l'équation de conservation du soluté (11) sur l'épaisseur de la couche limite solutale:

$$\frac{d}{dz} \int_0^\infty w(\phi - \phi_\infty) dx = - \frac{1}{Sc} \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_{x=0} \quad (19)$$

Cette expression traduit l'égalité du flux de matière convecté verticalement et du flux diffusé latéralement. L'ordre de grandeur de cet équilibre est donné par:

$$w \Delta\phi x \sim \frac{1}{Sc} \frac{\Delta\phi}{\delta_S} \quad (20)$$

Les conditions à respecter pour déterminer l'ordre de grandeur de la valeur x sont que le fluide doit s'écouler verticalement le long des parois et que cet écoulement soit fort en concentration. Ces conditions se traduisent par $x \sim \min(\delta_T, \delta_S)$. Deux situations sont alors considérées:

- Si $\delta_S < \delta_T$, alors $x \sim \delta_S$. D'après les relations (17) et (20), nous pouvons écrire:

$$\delta_S \sim \left(Sc Da Gr_T \right)^{-1/2} \equiv \left(Ra^* Le \right)^{-1/2} \quad (21)$$

Cette équation est valable si $\delta_S \ll \delta_T$, donc si $Le R_\lambda \lambda^r \gg 1$

- Si $\delta_S > \delta_T$, alors $x \sim \delta_T$. Les équations (18) et (20) nous donnent l'ordre de grandeur de la couche limite solutale δ_S :

$$\delta_S \sim \frac{1}{Le} \left(\lambda^r R_\lambda Ra^* \right)^{-1/2} \quad (22)$$

Cette équation est valable sous la condition $\delta_T \ll \delta_S$, donc si $Le R_\lambda \lambda^r \ll 1$

Les deux régimes en couche limite solutale que l'on vient de trouver peuvent se raccorder en égalisant les équations (21) et (22). On aboutit alors à une valeur critique du taux d'anisotropie thermique reliant les deux régimes:

$$\lambda_{cr}^r \sim 1 / (R_\lambda Le) \quad (23)$$

Estimation des transferts

Compte tenu du choix de nos grandeurs de référence pour l'adimensionnement des variables selon la direction verticale, les ordres de grandeur des transferts moyens de chaleur et de masse sont respectivement donnés par les équations:

$$Nu \sim \frac{\lambda^r}{\delta_T} \quad (24)$$

$$Sh \sim \frac{1}{\delta_S} \quad (25)$$

Quand l'écoulement est dominé par les forces de volume d'origine thermique ($|N| \ll 1$):

$$Nu \sim \left(\frac{\lambda^r}{R_\lambda} \right)^{1/2} Ra^{*1/2} \quad (26)$$

$$\text{Pour } Le R_\lambda \lambda^r \gg 1 (\lambda^r \gg \lambda_{cr}^r), Sh \sim (Ra^* Le)^{1/2} \quad (27)$$

$$\text{Pour } Le R_\lambda \lambda^r \ll 1 (\lambda^r \ll \lambda_{cr}^r), Sh \sim Le (\lambda^r R_\lambda Ra^*)^{1/2} \quad (28)$$

En tenant compte de la valeur d'anisotropie critique de la relation (23), nous pouvons regrouper les équations (27) et (28) de la manière suivante:

$$Sh \sim (Ra^* Le)^{1/2} \left(1 + \frac{\lambda_{cr}^r}{\lambda^r} \right)^{-1/2} \quad (29)$$

Ayant établi les ordres de grandeur des transferts de masse et de chaleur nous nous proposons par la suite de vérifier numériquement leurs validités ainsi que leurs limitations.

4. RESULTATS NUMERIQUES

4.1 Méthode numérique

La méthode des volumes finis utilisée dans cette étude dérive de la technique proposée par Patankar [37]. Les équations du système (8-11) sont intégrées sur un volume de contrôle, conduisant à une conservation de flux sur les interfaces du volume. Un schéma hybride est utilisé pour la discrétisation spatiale des équations. Une procédure de faux régime transitoire est utilisé pour obtenir la solution permanente. Le système d'équations linéarisé pentadiagonal est résolu par un double balayage (TDMA). Les équations (8-11) sont résolues en terme de variables primitives. Le couplage pression-vitesse est assuré par une procédure itérative où nous couplons deux algorithmes, SIMPLER (Patankar [37]) et SIMPLEC (Van Doormaal et Raithby [38]), pour accélérer la convergence (pour plus de détail voir Bennacer [39]). Le critère de convergence est basé à la fois sur le maximum d'erreur dans l'équation de continuité et sur le résidu quadratique moyen dans tout le domaine (pour u , w , θ et ϕ); la convergence est atteinte quand les différentes grandeurs sont inférieures à 10^{-6} .

Nous utilisons un maillage irrégulier resserré près des parois où les forts gradients sont rencontrés. Dans tous nos essais nous nous sommes assurés qu'au moins cinq points du maillage sont contenus dans la plus fine des couches limites. Le maillage le moins fin utilisé dans cette étude est un maillage sinusoïdal 61x61.

4.2 Validation numérique

La validation du code de calcul a été faite dans différentes configurations et sur une large gamme de paramètres.

Les résultats comparatifs sont résumés dans les tableaux 1, 2 et 3 respectivement pour un milieu poreux isotrope thermosolutal en régime de Darcy ($Da < 10^{-7}$), pour un milieu poreux isotrope dans le cas Darcy-Brinkman ($Da > 10^{-7}$) et pour un milieu poreux anisotrope en convection thermique dans le cas du modèle de Darcy.

On constate dans chacun des cas une bonne concordance de nos résultats avec les résultats disponibles dans la littérature. Il est à noter que dans le tableau 1, un très bon accord est obtenu avec les résultats de Goyeau et *al.*[26]; il semble par ailleurs que les résultats proposés par Trevisan et Bejan [25] surestiment les nombres de Nusselt et de Sherwood pour des nombres de Lewis et de Rayleigh poreux élevés. La validation de nos résultats a même été faite dans le cas fluide ($Da \sim 1$) par comparaison avec les travaux de De Vahl-Davis [40].

Une fois cette validation faite nous présentons les différents résultats obtenus dans le cas de la convection thermosolutale en milieu poreux anisotrope.

Tableau 1 : Comparaison du transfert de masse et de chaleur dans le cas du régime de Darcy ($N = 0$, $Da = 10^{-7}$, $A = 1$, $Pr = 0.71$)

Présent travail	Nu	3.11	4.96	7.77	13.48	19.89	
	Sh	13.24	19.83	29.36	48.20	69.08	
Trevisan <i>et al.</i> [25]	Nu	3.27	5.61	9.69	-	-	$Le = 10$
	Sh	15.61	23.23	30.73	-	-	
Goyeau <i>et al.</i> [26]	Nu	3.11	4.96	7.77	13.47	19.90	
	Sh	13.25	19.86	28.41	48.32	69.29	
présent travail	Nu	-	-	-	13.48	19.89	$Le = 100$
	Sh	-	-	-	139.93	195.37	
Goyeau <i>et al.</i> [26]	Nu				13.47	19.90	
	Sh	-	-	-	140.65	196.62	

Tableau 2 : Comparaison du nombre de Nusselt dans le cas du régime de Darcy-Brinkman en convection thermique ($A = 1$, $Pr = 0.71$)

	Da	10^{-8}	10^{-6}	10^{-5}	10^{-4}	10^{-3}	10^{-2}
Présent travail	$Ra^* = 500$	8.80	8.68	8.37	7.30	5.38	3.26
Lauriat <i>et al.</i> [20]		8.84	8.72	8.41	7.35	5.42	3.30
Présent travail	$Ra^* = 10^3$	13.48	-	12.26	-	-	4.18
Lauriat <i>et al.</i> [20]		13.41	-	12.42	-	-	4.26

Tableau 3 : Comparaison des résultats avec ceux de Ni et Beckermann en terme de transfert de chaleur en anisotropie thermique ($Da=10^{-7}$, $Ra^*_L=10^3$, $A=1$, $Pr=1$)

$\lambda = \lambda_z/\lambda_x$	10^{-3}	10^{-2}	10^{-1}	1	10	10^2	10^3
Présent travail	14.20	14.21	14.21	13.48	9.57	4.83	2.15
Ni et Beckermann [27]	14.18	14.18	14.15	13.41	9.56	4.88	2.45

4.3 Résultats numériques

Les simulations numériques présentées dans cette partie concerne la convection thermosolutale dans un milieu poreux saturé globalement homogène, mais présentant une anisotropie thermique λ^r ($10^{-3} \leq \lambda^r \leq 10^3$). Les forces de volume sont essentiellement d'origine thermique ($N \ll 1$) avec un nombre de Rayleigh poreux thermique Ra^* qui varie de 10^2 à 10^4 ; le nombre de Lewis fluide varie de 1 à 10. L'influence du nombre de Darcy est également étudiée :

- écoulement de Darcy $Da \leq 10^{-7}$,
- influence du terme de Brinkman dû à l'accroissement des forces visqueuses $Da = 10^{-5}$ à 10^{-2} .

Vu le grand nombre de paramètres nous maintenons certains paramètres constants : le rapport de forme de la cavité $A = 1$, le nombre de Prandlt $Pr = 0.71$, ainsi que les propriétés du milieu poreux $\Lambda = 1$, $\sigma = 1$ et $R_\lambda = 1$.

L'influence des différents paramètres sur les transferts est étudiée d'abord sur le transfert de chaleur et ensuite sur le transfert de masse.

4.3.1 Influence de l'anisotropie thermique sur le transfert de chaleur

Nous avons traité le problème de convection thermique dominante en maintenant le nombre de Rayleigh poreux thermique constant ($Ra^* = 10^4$) et en faisant varier le nombre de Darcy Da de 10^{-7} à 10^{-2} . L'évolution du nombre de Nusselt Nu avec le taux d'anisotropie thermique λ^r , pour différentes valeurs du nombre de Darcy, est présentée sur la figure 2.

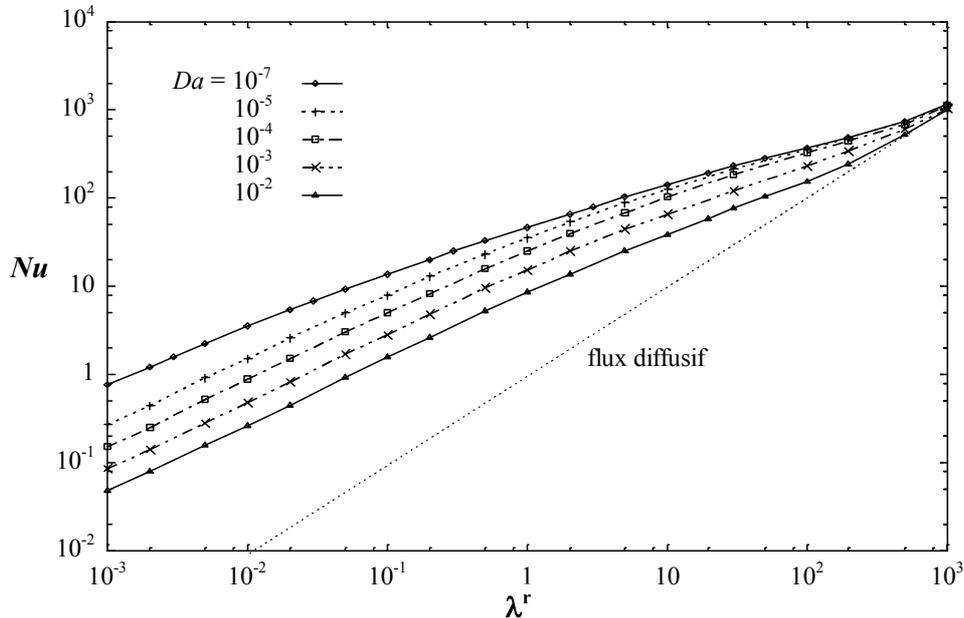


Fig. 2: Nombre de Nusselt en fonction de l'anisotropie thermique pour différents Da ($A = 1, Ra^* = 10^4, N = 0, Le = 10$)

Lorsque le nombre de Darcy est fixé, le nombre de Nusselt croît avec la conductivité thermique effective horizontale λ_x . Pour de faibles taux d'anisotropie (λ_x petit devant λ_z), le transfert de chaleur décroît vers de faibles valeurs sans atteindre pour autant un régime conductif. En effet, compte tenu de nos choix de référence, les gradients de température sont de plus en plus élevés mais le transfert thermique moyen ($\lambda_x \text{ grad}T$) est de plus en plus faible à cause de la décroissance importante de λ_x par rapport au gradient de température.

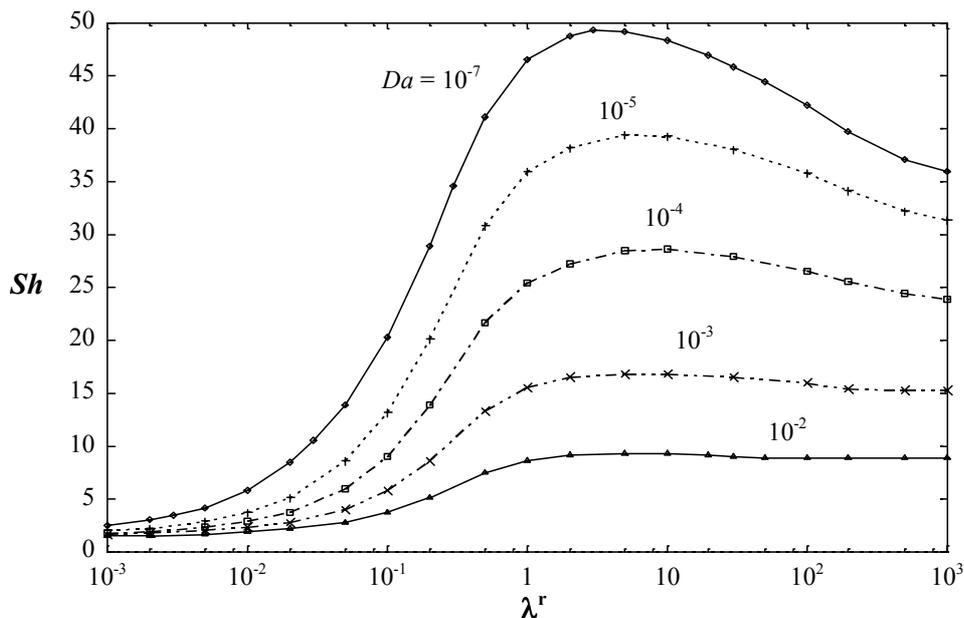


Fig. 3: Nombre de Sherwood en fonction de l'anisotropie thermique pour différents Da ($A = 1, Ra^* = 10^4, N = 0, Le = 1$)

L'accroissement du taux d'anisotropie thermique entraîne la chute du gradient de température près des parois verticales et on tend vers un régime diffusif qui devrait normalement faire chuter le transfert de chaleur mais ce dernier continue à croître. L'accroissement du transfert est dû au fait que le produit ($\lambda_x \text{ grad}T$) continue à augmenter malgré la décroissance du gradient de température.

L'accroissement et l'affaiblissement du gradient de température respectivement pour les faibles et forts taux d'anisotropie sont visibles sur la figure 3, où nous représentons les différents champs de température, concentration et fonctions de courant.

Pour un taux d'anisotropie fixé, le transfert de chaleur décroît avec l'accroissement du nombre de Darcy à Ra^* constant.

Il est à noter que le nombre de Nusselt peut être inférieur à 1 (cas de faibles λ^T), ce qui est la conséquence du choix du flux diffusif de référence basé sur λ_z et non sur λ_x (équation 12). Ce choix est motivé par le fait que λ_x change d'un essai à un autre et ainsi le transfert diffusif de référence change, ce qui ne permet pas de comparer les résultats d'un cas à l'autre.

4.3.2 Influence de l'anisotropie thermique sur le transfert de masse

L'influence de l'anisotropie thermique sur le transfert de masse est étudiée pour différents nombres de Darcy (Da) et différentes valeurs du nombre de Lewis (Le), dans le cas d'écoulements d'origine thermique. La figure 4 montre l'évolution du transfert de masse caractérisé par le nombre de Sherwood (Sh) avec le taux d'anisotropie thermique (λ^T) du milieu poreux, pour différentes valeurs du nombre de Darcy (Da), à nombres de Rayleigh poreux thermique et de Lewis fixes ($Ra^* = 10^4$, $Le = 1$).

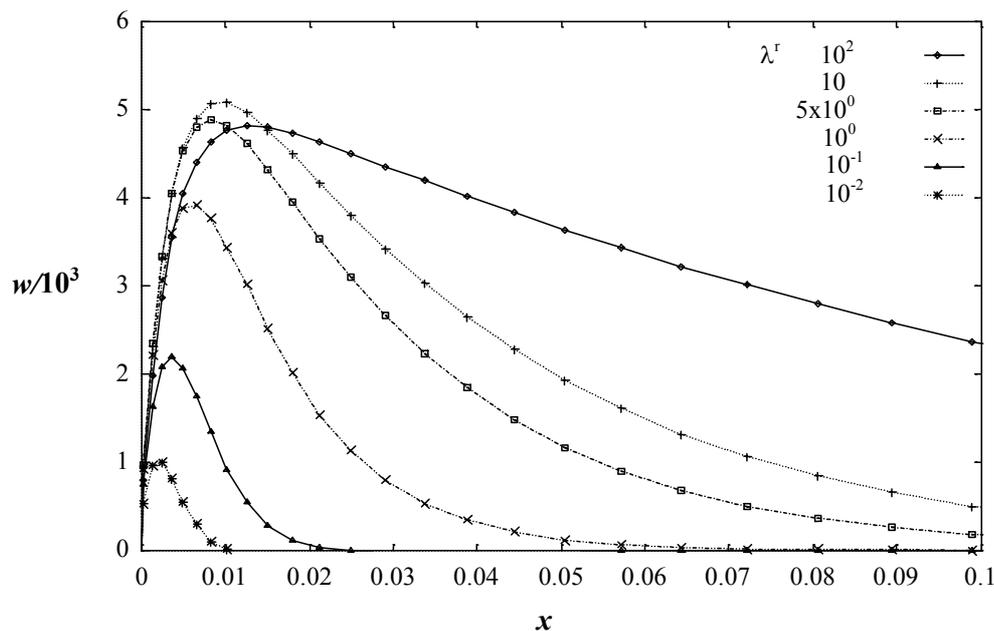


Fig. 4: Composante de la vitesse verticale sur le plan médian horizontal pour différents taux d'anisotropie thermique ($A = 1$, $Da = 10^{-5}$, $Ra^* = 10^4$, $N = 0$, $Le = 10$)

Etant à nombre de Darcy fixé et à faible taux d'anisotropie, le nombre de Sherwood tend vers des transferts diffusifs. L'accroissement du rapport d'anisotropie thermique induit un nombre de Sherwood de plus en plus élevé. Ce dernier atteint un maximum pour une valeur critique d'anisotropie λ^T_{cr} que l'on déterminera par la suite. Le transfert de masse décroît pour des valeurs supérieures à cette valeur critique. Cette situation critique est due à un couplage hydro-thermique [33]. Il est aussi visible sur cette figure que pour un taux d'anisotropie λ^T fixe, le transfert de masse décroît avec l'accroissement du nombre de Darcy.

La figure 5 montre l'évolution de la vitesse verticale (w) dans le plan médian horizontal de la cavité pour différents taux d'anisotropie thermique. Ces profils de vitesse correspondent aux cas déjà représentés sur la figure 2 ($A = 1$, $Ra^* = 10^4$, $N = 0$, $Le = 1$).

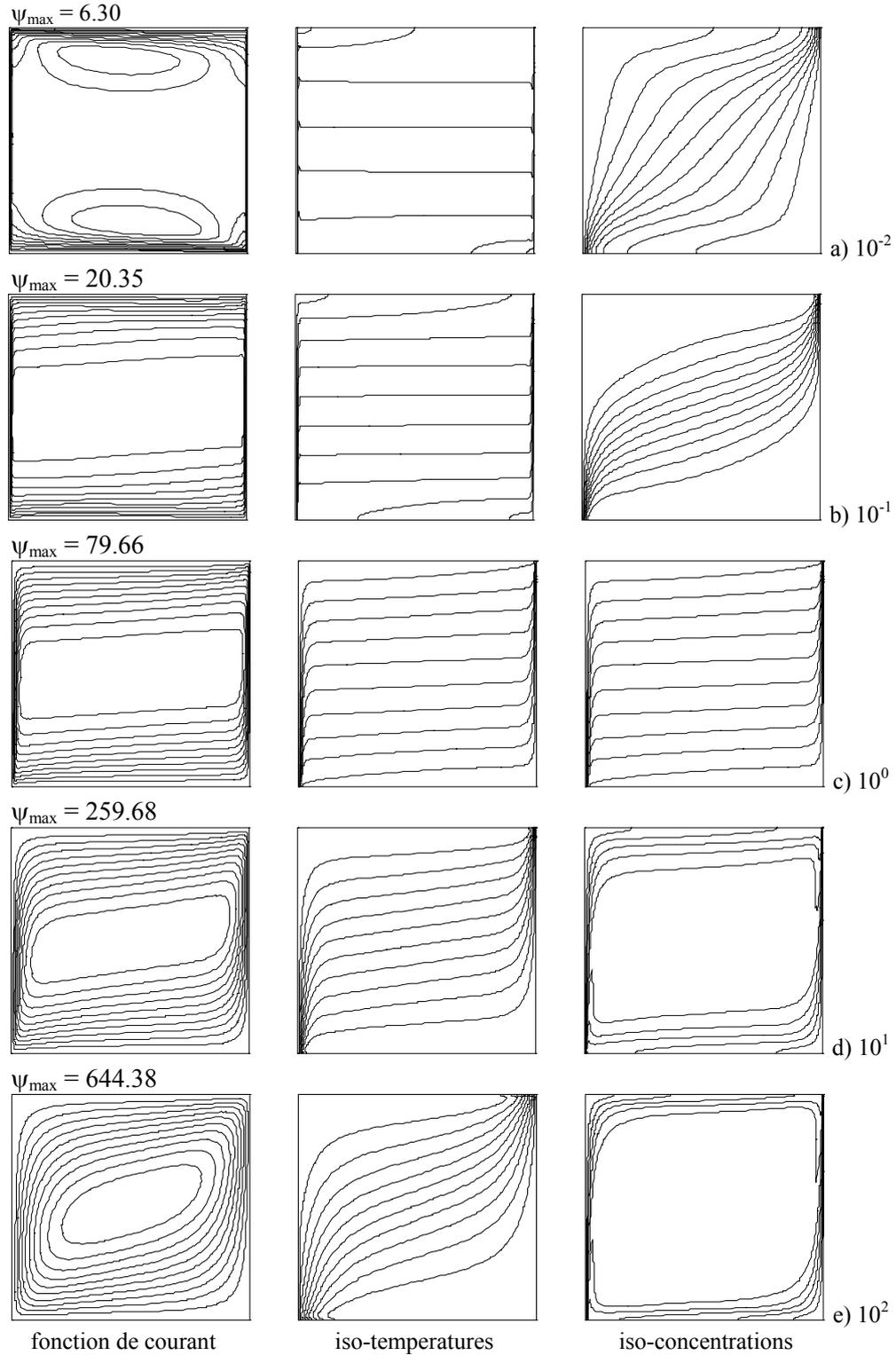


Fig. 5: Carte d'isovaleurs pour lignes de courant, champs de température et champs de concentration pour différentes valeurs de λ^t ($Da = 10^{-7}$, $Ra^* = 10^4$, $Le = 1$) ; ($\Delta\psi = 1/10\psi_{\max}$),

L'accroissement du taux d'anisotropie thermique induit une vitesse de plus en plus grande; c'est la source de l'accroissement du transfert de masse et de chaleur. Cependant la couche limite hydrodynamique devient de plus en plus large entraînant ainsi une couche limite thermique plus épaisse. La couche limite solutale quant à elle devient de plus en plus fine et, à partir d'une certaine valeurs de λ^T , la vitesse sur la couche solutale ne varie presque plus (pente de la vitesse près de la paroi constante entraînant un transfert de masse indépendant du taux d'anisotropie comme déjà signalé lors de l'étude des ordres de grandeur).

L'accroissement de l'épaisseur de la couche limite thermique et hydrodynamique avec λ^T conduit à une situation où les couches limites de part et d'autre de la cavité (sur les parois verticales) n'ont plus suffisamment d'espace pour se développer et l'hypothèse de couche limite n'est plus vérifiée. L'interférence visqueuse des couches limites de part et d'autre conduit à un affaiblissement de l'écoulement et du même coup à une décroissance du transfert de masse.

Effet du nombre de Lewis

Dans le cas de l'écoulement de Darcy ($Da = 10^{-7}$), l'influence du nombre de Lewis sur le transfert de masse est également analysée. L'évolution du transfert de masse avec le taux d'anisotropie thermique, pour différentes valeurs du nombre de Lewis, est représentée sur la figure 6. Le nombre de Rayleigh poreux thermique est maintenu constant ($Ra^* = 10^4$).

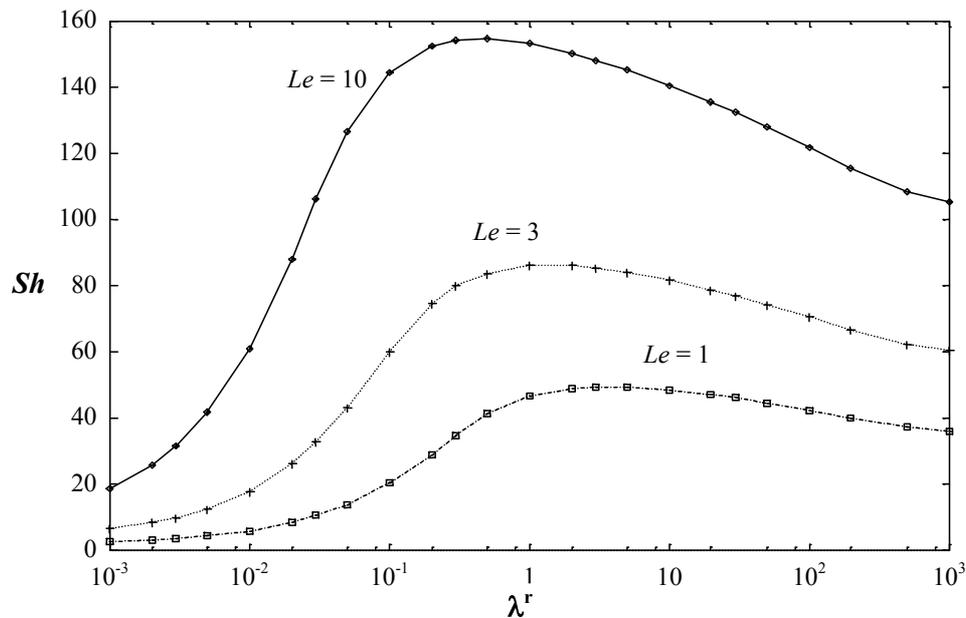


Fig. 6: Nombre de Sherwood en fonction de l'anisotropie thermique, pour différents Le ($A = 1$, $Da = 10^{-7}$, $Ra^* = 10^4$, $N = 0$)

Nous remarquons sur cette figure, pour tous les nombres de Lewis, la même évolution que celle signalée précédemment. Pour les faibles taux d'anisotropie (10^{-2} à 1), l'accroissement du transfert de masse semble être linéaire (échelle log-log) jusqu'à atteindre une valeur critique au-delà de laquelle le nombre de Sherwood reste pratiquement constant. Pour des valeurs élevées du taux d'anisotropie le régime de couche limite n'est pas maintenu et le transfert de masse décroît. Il est aussi visible que la valeur critique reliant les deux régimes trouvés lors de l'approche analytique est fonction du nombre de Lewis.

Des régressions sont faites sur les résultats numériques obtenus en se basant sur les résultats analytiques précédents ce qui permet d'écrire dans le cas d'écoulement en couche limite deux situations distinctes :

$$\text{Pour } \lambda^T \ll \lambda^T_{cr} \quad , \quad Sh = 67.4 Le (\lambda^T)^{0.53}$$

$$\text{Pour } \lambda^r \gg \lambda_{cr}^r, \quad Sh = 48.6 Le^{0.5}$$

La valeur critique pour laquelle nous observons un changement de régime est donnée par: $\lambda_{cr}^r = 0.533 / Le^{0.96}$

Nos résultats numériques sont donc en très bonne concordance avec les prédictions des ordres de grandeur du paragraphe 3. Une corrélation plus générale entre les résultats numériques et la relation (29) du paragraphe 3 traduisant la dépendance du nombre Sherwood avec λ^r peut être dégagée pour prendre en compte les cas où l'écoulement en couche limite est possible, grâce à l'expression:

$$Sh = 61.92 Le^{0.5} (1 + \lambda_{cr}^r / \lambda^r)^{0.58} \quad (30)$$

Afin d'illustrer la validité de cette relation nous la représentons sur la figure 7 où nous reportons en même temps nos résultats numériques. Cette figure montre clairement la très bonne corrélation analytique-numérique par le biais de cette expression dans le cas du régime de Darcy. L'autre résultat important est le critère de validité de cette expression donné par λ_{cr}^r .

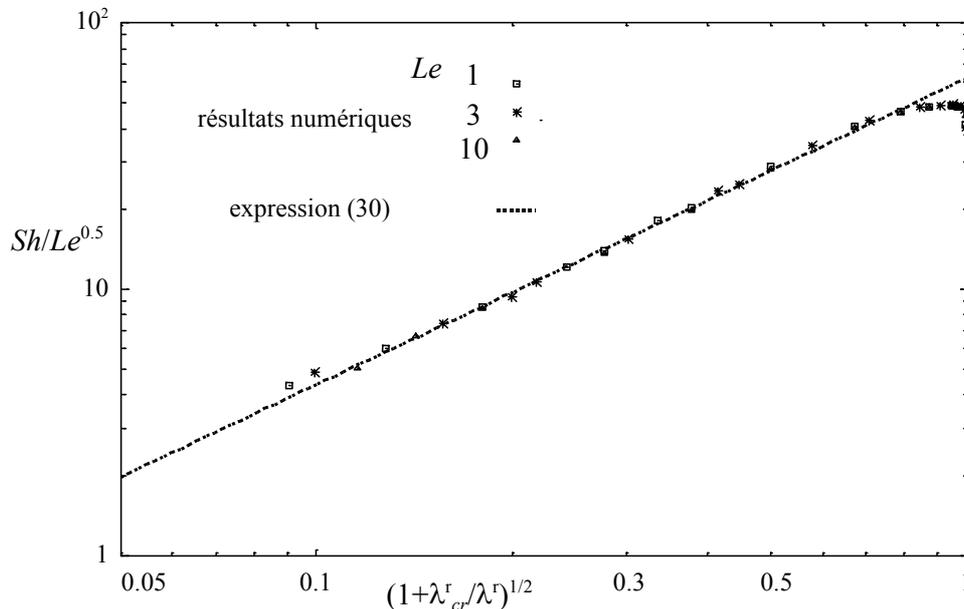


Fig. 7: Corrélation entre résultats théoriques et numériques pour l'effet du nombre de Lewis ($A = 1, Da = 10^{-7}, Ra^* = 10^4, N = 0$)

Ayant obtenu l'expression traduisant la corrélation entre résultats théoriques et numériques pour certains paramètres maintenus constant ($N = 0, R_\lambda = 1$ et $Ra^* = 10^4$) et dans un souci de généralité nous présentons dans ce qui suit l'effet de ces trois paramètres sur le transfert.

Effet du rapport R_λ

Nous analysons l'effet du rapport de la conductivité thermique du milieu équivalent selon la verticale et de la conductivité thermique du fluide (R_λ) parce que le critère de transition entre les deux régimes dépend aussi de ce paramètre.

Les résultats numériques présentés précédemment sont obtenues pour $R_\lambda = 1$; des calculs supplémentaires ont donc été faits pour d'autres valeurs de R_λ afin d'étudier l'effet de ce paramètre sur le taux d'anisotropie critique.

Sur la figure 8 est représenté le transfert de masse en fonction de λ^r pour différentes valeurs de R_λ . Cette figure montre clairement l'effet de R_λ sur le raccordement des deux régimes déjà étudiés. Nous constatons que la valeur critique est d'autant plus faible que R_λ est plus élevé, ce qui nous confirme la dépendance trouvée lors de l'approche analytique:

$$\lambda_{cr}^r \sim 1 / (Le R_\lambda).$$

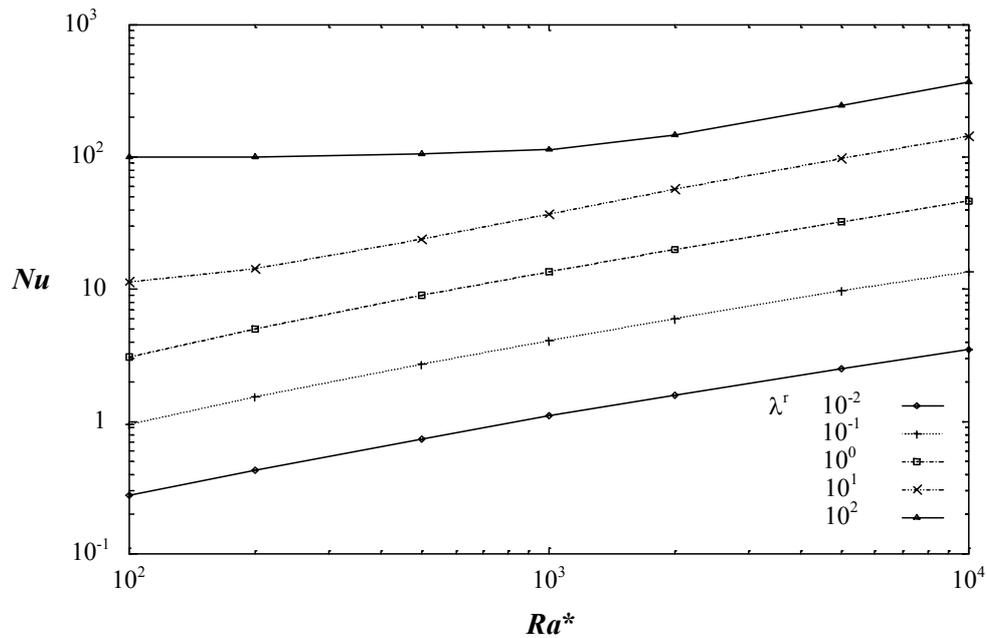


Fig. 8: Influence du nombre de Rayleigh poreux thermique sur le transfert de chaleur ($A = 1$, $Da = 10^{-7}$, $N = 0$, $Le = 10$)

Effet de Ra^*

Des tests numériques supplémentaires ont été réalisés pour différentes valeurs de Ra^* afin de vérifier la dépendance des transferts avec Ra^* quand le taux d'anisotropie en conductivité varie. L'effet du nombre de Rayleigh poreux thermique sur les transferts a déjà été étudié par différents auteurs dans le cas isotrope. La dépendance du nombre de Nusselt et de $(Ra^*)^{0.5}$ a été vérifiée. La figure 9 nous montre l'évolution du nombre de Nusselt en fonction de Ra^* pour différents taux d'anisotropie thermique λ^r . Nous constatons que pour les différents λ^r , l'évolution du nombre de Nusselt avec Ra^* est linéaire (échelle log-log), signe d'une évolution en puissance avec Ra^* et ceci indépendamment des différents cas, puisque les courbes respectives sont parallèles à l'exception du cas $\lambda^r = 10^2$ pour Ra^* inférieur à 10^3 . Dans ce cas, le nombre de Nusselt est constant et reste proche de la valeur conductive.

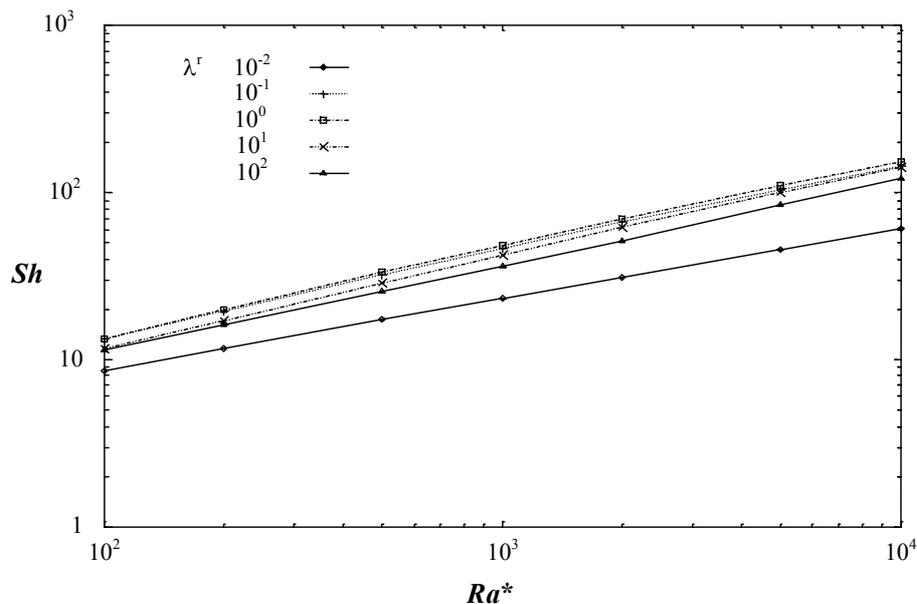


Fig. 9: Influence du nombre de Rayleigh poreux thermique sur le transfert de masse ($A = 1$, $Da = 10^{-7}$, $N = 0$, $Le = 10$)

D'après les ordres de grandeur que nous avons déterminés en couche limite et les choix de référence que nous avons fait le transfert de chaleur est de l'ordre de $\lambda^r Ra^{*0.5}$. La corrélation de nos résultats numériques avec le résultats des ordres de grandeur nous donne finalement $Nu = \lambda^r E (Ra^*)^{0.56}$, la valeur du paramètre réel E variant de 0.02 pour $\lambda^r = 10^2$ jusqu'à 2.3 pour $\lambda^r = 10^{-2}$.

Les résultats du transfert de masse en fonction de Ra^* pour différents taux d'anisotropie sont représentés sur la figure 10. L'évolution du transfert de masse est également linéaire avec Ra^* selon des pentes différentes pour les faibles et forts taux d'anisotropie. Cependant les transferts sont confondus pour des taux d'anisotropie compris entre 10^{-1} et 10, ce qui permet d'exprimer la corrélation analytique-numérique des résultats du transfert de masse en fonction de Ra^* comme suit: $Sh = 0.85 (Ra^*)^{0.57}$.

Sur ces bases la corrélation traduite par l'expression (30) devient:

$$Sh = 0.325 Ra^{*0.57} Le^{0.5} (1 + \lambda_{cr}^r / \lambda^r)^{0.58} \quad (31)$$

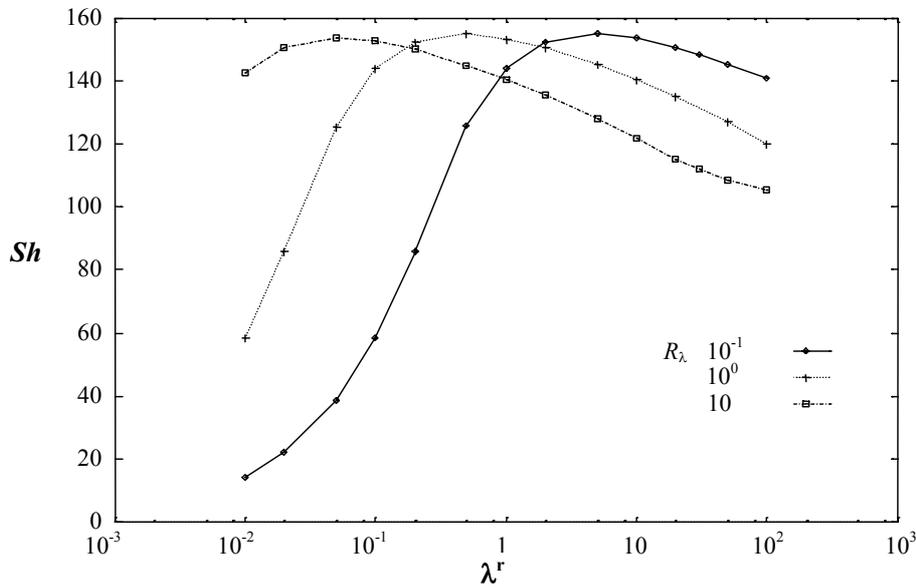


Fig. 10: Influence de R_λ sur le transfert de masse ($A = 1$, $Da = 10^{-7}$, $Ra^* = 10^4$, $N = 0$, $Le = 10$)

Effet du rapport des forces de volume N

Jusqu'à présent l'anisotropie à laquelle nous nous sommes intéressés était en conductivité thermique et nous nous sommes mis dans le cas où les forces de volume sont essentiellement d'origine thermique. L'écoulement qui est à l'origine des transferts est dû aux effets thermiques. La modification de l'anisotropie modifie du même coup l'écoulement et les transferts, cependant, dans le cas où l'écoulement serait d'origine solutale, la modification du taux d'anisotropie thermique n'aura d'effet que sur le transfert d'énergie, l'écoulement et le transfert de masse demeurant inchangé. Nous nous proposons de vérifier ceci numériquement et de déterminer à partir de quelle valeur de N le transfert de matière devient indépendant de λ^r .

Sur la figure 11 est représentée l'évolution de Sh en fonction de N pour différentes valeurs de λ^r . Il apparaît clairement que pour des valeurs de N supérieures à 10 (les forces de volume solutales sont à l'origine de l'écoulement) le transfert de masse est indépendant du taux d'anisotropie en conductivité. Ceci démontre que l'écoulement est dû principalement aux forces de volume d'origine solutale dans l'équation du mouvement.

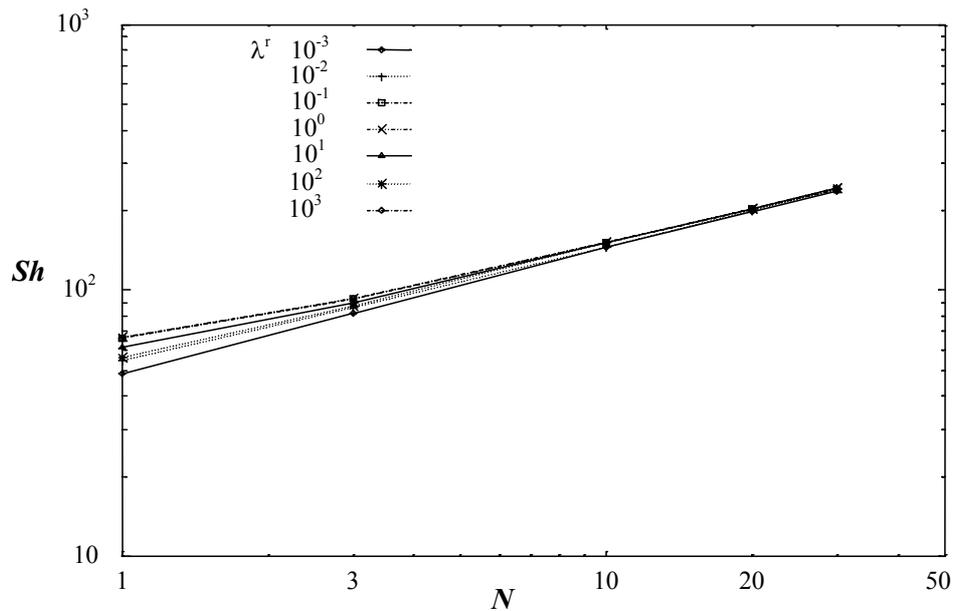


Fig. 11: Evolution du nombre de Sherwood avec N pour différentes valeurs de λ^r ($Da = 10^{-7}$, $Ra^* = 10^3$, $Le = 10$)

5. CONCLUSION

Cette étude traite de la convection thermosolutale dans les milieux poreux anisotropes. Une fois la configuration définie et le modèle mathématique établi, une analyse des ordres de grandeur est présentée. L'influence des différents paramètres caractérisant ce genre de problème a été explorée numériquement en faisant varier le taux d'anisotropie thermique, le nombre de Darcy, le nombre de Lewis, le rapport des forces de volume, le nombre de Rayleigh poreux thermique et le rapport des conductivités.

L'existence d'une situation où le transfert de masse est maximal a été établie pour une valeur critique du taux d'anisotropie thermique. Cette situation est à rechercher si on souhaite accroître le transfert de masse; par contre elle est à éviter dans le cas par exemple de stockage de produit polluant. La majeure partie des résultats numériques conforte ceux trouvés par l'analyse des ordres de grandeur.

Une corrélation globale a été établie permettant de prédire le transfert de masse pour les milieux thermiquement anisotropes en régime de Darcy. Un critère de validité de cette corrélation a également été défini. Il faut cependant signaler certaines limites de cette étude dans la mesure où les résultats obtenus dans le cas Darcy-Brinkman n'ont pu être corrélés. Par ailleurs nous avons découplé dans cette étude les effets de l'anisotropie thermique et hydraulique afin de pouvoir analyser plus précisément l'influence de chaque anisotropie. Ce découplage permet d'obtenir des tendances mais il est clair que dans la réalité les deux types d'anisotropie interviennent simultanément et influent sur les transferts de façon plus complexe. D'autre part les problèmes doublement diffusifs peuvent présenter soit un caractère 3D [41] ou de multiples solutions avec des branches secondaires pour des solutions antinaturels [42].

NOMENCLATURE

A	rapport de forme de la cavité, H/L
c	chaleur spécifique à pression constante [$J\ kg^{-1}\ K^{-1}$]
C	concentration du soluté
D	diffusivité massique [$m^2\ s^{-1}$]

D_{eq}	diffusivité massique équivalente [$m^2 s^{-1}$]
Da	nombre de Darcy, K_z / H^2
E	coefficient réel
g	accélération gravitationnelle [$m s^{-2}$]
Gr_S	nombre de Grashof solutal, $g \beta_S \Delta C H^3 / \nu^2$
Gr_T	nombre de Grashof thermique, $g \beta_T \Delta T H^3 / \nu^2$
$H (L)$	hauteur (largeur) de la cavité
K	perméabilité du milieu poreux [m^2]
Le	nombre de Lewis, α / D
N	rapport des forces de volume, $\beta_S \Delta C / \beta_T \Delta T$
Nu	nombre de Nusselt moyen
P	pression adimensionnée
Pr	nombre de Prandtl, ν / α
Ra^*	nombre de Rayleigh poreux thermique, $Gr_T Pr Da$
Ra_T	nombre de Rayleigh thermique, $Gr_T Pr$
Ra^*_S	nombre de Rayleigh poreux solutal, $Ra^* N Le$
R_D	rapport des diffusivités massiques, D_{eq} / D
R_λ	rapport de la conductivité équivalente verticale à la conductivité du fluide, λ_z / λ_f
$\overline{\mathfrak{R}}_{\lambda^r}$	tenseur adimensionnel de l'anisotropie en conductivité thermique:
	$\overline{\mathfrak{R}}_{\lambda^r} = \begin{bmatrix} \lambda^r & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$
Sh	nombre de Sherwood moyen
T	température [K]
t	temps adimensionné, $t^* \nu / H^2$
$u (w)$	composante adimensionnelle horizontale (verticale) du vecteur vitesse, $u^* H / \nu$ ($w^* H / \nu$)
\vec{V}	vitesse adimensionnelle
$x (z)$	coordonnée horizontale (verticale) adimensionnée, x^* / H (z^* / H)

Symboles grecs

α	diffusivité thermique du fluide, $\lambda_f / (\rho c)_f$ [$m^2 s^{-1}$]
β_T	coefficient d'expansion thermique [K^{-1}]
β_S	coefficient d'expansion solutale [K^{-1}]
δ_T	épaisseur adimensionnelle de la couche limite thermique, δ_T^* / H
δ_S	épaisseur adimensionnelle de la couche limite solutale, δ_S^* / H
ΔC	différence de concentration entre les frontières verticales, $C_1 - C_2$
ΔT	différence de température entre les frontières verticales, $T_1 - T_2$
ε	porosité
ϕ	concentration adimensionnelle, $(C - (C_2 + C_1)/2) / \Delta C$
λ_{eq}	conductivité thermique équivalente [$w m^{-1} K^{-1}$]
$\lambda_x (\lambda_z)$	conductivité thermique équivalente selon l'axe horizontal (vertical)
λ^r	rapport des conductivités, λ_x / λ_z
ν	viscosité cinématique du fluide, [$m^2 s^{-1}$]
μ	viscosité dynamique du fluide [$kg m^{-1} s^{-1}$]
μ_{eff}	viscosité équivalente dans le modèle de Brinkman [$kg m^{-1} s^{-1}$]
Λ	rapport des viscosités, μ_{eff} / μ_f
ρ	densité du fluide [$kg m^{-3}$]

σ	rapport des chaleurs spécifiques, $(\rho c)_{eq} / (\rho c)_f$
θ	température adimensionnelle, $(T - (T_2 + T_1)/2) / \Delta T$

Exposants

*	variables dimensionnelles à l'exception de Ra^*
r	relative

Indices

<i>eff</i>	effectif
<i>eq</i>	équivalent
H	basé sur la hauteur de la cavité
L	basé sur la largeur de la cavité
m	moyen
S	solutal
T	thermique
o	état de référence
∞	loin de la paroi verticale (relatif à la région centrale de la cavité)

REFERENCES

- [1] D. A. Nield and A. Bejan, *Convection in Porous Media*, Springer, New York, 1992.
- [2] D. A. Nield, *Onset of thermohaline convection in a porous medium*, Water Resour. Res. 4, 553-560, 1968.
- [3] J. W. Taunton, E. N. Lightfoot. and T. Green., *Thermohaline instability and salt fingers in porous medium*, Phys. Fluids, 15, 748-753, 1972.
- [4] D. Poulikakos, *Double-diffusive convection in horizontal sparsely packed porous layer*, Int. Commun. Heat Mass Transfer, 13, 587-598, 1986.
- [5] M. E. Taslim and U. Narusaw, *Binary fluid composition and double-diffusive convection in porous medium*, J. Heat Transfer, 108, 221-224, 1986.
- [6] F. Chen and C. F. Chen, *Double-diffusive fingering convection in a porous medium*, Int. J. Heat Mass Transfer, 36, 793-807, 1993.
- [7] O. Trevisan and A. Bejan., *Heat and mass transfer by high Rayleigh number convection in a porous medium heated from below*, Int. J. Heat Mass Transfer, 30, 2341-2356, 1987.
- [8] N. D. Rosenberg and J. F. Spera., *Thermohaline convection in a porous medium heated from below*, Int. J. Heat Mass Transfer, 35, 1261-1273, 1992.
- [9] M. Mamou, P. Vasseur, E. Bilgen and D. Gobin., *Double-diffusive convection in a shallow porous layer*, Proc. 10th Int. Heat Transfer Conference, 1994.
- [10] G. Castinel and M. Combarous., *Critère d'apparition de la convection naturelle dans une couche poreuse anisotrope*, C. R. Acad. Sc. Paris, Série B, 278, 701-704, 1974.
- [11] J. F. Epherre, *Criterion for the appearance of natural convection in an anisotropic porous layer*, Int. Chem. Engineering., 17, 605-606, 1977.
- [12] O. Kvernold, and P. A. Tyvand, *Nonlinear thermal convection in anisotropic porous media*, J. Fluid Mech., 90, 609-624, 1979.
- [13] T. Nilsen and L. Storesletten, *An analytical study on natural convection in isotropic and anisotropic porous channels*, J. Heat Transfer, 112, 396-401, 1990.
- [14] P. Tyvand and L. Storesletten, *Onset of convection in an anisotropic porous medium with oblique principal axes*, J. Fluid Mech., 226, 371-382, 1991.
- [15] J. Royer and L. Flores, *Two-dimensional natural convection in an anisotropic and heterogeneous porous medium with internal heat generation*, Int. J. Heat Mass Transfer, 37, 1387-1399, 1994.

- [16] F. Chen and J. W. Lu, *Onset of salt-finger convection in an anisotropic and inhomogeneous porous media*, Int. J. Heat Mass Transfer, 35, 3451-3464, 1992.
- [17] M. S. Malashetty, *Anisotropic thermoconvective effects on the onset of double-diffusive convection in a porous medium*, Int. J. Heat Mass Transfer, 36, 2397-2401, 1993.
- [18] H. Rubin, *Onset of thermohaline convection in heterogeneous porous media*, Israel J. Technology, 19, 110-117, 1981.
- [19] V. Prasad and F. A. Kulacki, *Convective heat transfer in rectangular porous cavity: effect of aspect ratio on flow structure and heat transfer*, J. Heat Transfer, 106, 158-165, 1984.
- [20] G. Lauriat and V. Prasad, *Natural convection in a vertical porous cavity: a numerical study for Brinkman-extended Darcy formulation*, J. Heat Transfer, 109, 688-696, 1987.
- [21] G. Lauriat and V. Prasad, *Non-Darcian effects on natural convection in a vertical porous enclosure*, Int. J. Heat Mass Transfer, 32, 2135-2148, 1989.
- [22] A. Bejan and K. R. Khair, *Heat and mass transfer by natural convection in porous medium*, Int. J. Heat Mass Transfer, 28, 909-918, 1985.
- [23] F. C. Lai and F. A. Kulacki, *Coupled heat and mass transfer by natural convection from vertical surfaces in porous media*, Int. J. Heat Mass Transfer, 34, pp. 1189-1194, 1991.
- [24] C. Allain, M. Cloitre and A. Monguel, *Scaling in flows driven by heat and mass convection in porous medium*, Europhys. Lett., 20, 313-318, 1992.
- [25] O. Trevisan and A. Bejan, *Natural convection with combined heat and mass transfer buoyancy effects in a porous medium*, Int. J. Heat Mass Transfer, 28, 1597-1611, 1985.
- [26] B. Goyeau, J.- P. Songbe and D. Gobin, *Numerical study of double-diffusive natural convection in a porous cavity using the Darcy-Brinkman formulation*, Int. J. Heat Mass Transfer, 39, 1363-1378, 1996.
- [27] J. Ni. and C. Beckermann, *Natural convection in a vertical enclosure filled with anisotropic porous media*, J. Heat Transfer, 113, 1033-1037, 1991.
- [28] W. J. Chan and H. C. Lin, *Natural convection in a finite wall rectangular cavity filled with an anisotropic porous medium*, Int. J. Heat Mass Transfer, 37, 303-312, 1994.
- [29] G. Degan, P. Vasseur and E. Bilgen, *Convective heat transfer in a vertical anisotropic porous layer*, Int. J. Heat Mass Transfer, 38, 1975-1987, 1995.
- [30] W. Chang. and C. F. Hsiao, *Natural convection in a vertical cylinder filled with anisotropic porous media*, Int. J. Heat Mass Transfer, 36, 361-367, 1993.
- [31] D. Poulikakos. and A. Bejan, *Natural convection in vertically and horizontally layered porous media heated from the side*, Int. J. Heat Mass, 26, 1805-1814, 1983.
- [32] F. C. Lai and F. A. Kulacki., *Natural convection across a vertical layered porous cavity*, Int. J. Heat Mass Transfer, 31, 1247-1260, 1988.
- [33] R. Bennacer and A. Tobbal, *Coupled heat and mass transfer in vertical anisotropic porous layer*, Proceedings of the fourth Int. Congress. on Advanced Computational Methods in Heat Transfer, 493-502, 1996.
- [34] A. Tobbal. and R Bennacer., *Heat and mass transfer in anisotropic porous layer*, Res. Trends J., Trends in Heat. Mass & Momentum Transfer, 3, 129-137, 1997a.
- [35] A. Tobbal., R. Bennacer and R. Cabrillac., *Effet de l'anisotropie des matériaux poreux sur les phénomènes de transferts de chaleur et de masse*, Proceedings du 13ème Congrès Français de Mécanique, II, 457-460, 1997.
- [36] A. Tobbal. and R. Bennacer., *Effet de l'anisotropie thermique et hydraulique des milieux poreux sur les phénomènes de transferts*, Proceedings du 3ème Colloque Franco-Québécois, 227-232, 1997b.
- [37] S.V. Patankar, Numerical heat transfer and fluid flow, Hemisphere, New York, 1980.
- [38] J. P. Van Doormaal. and G. D. Raithby, *Enhancements of the SIMPLE method for predicting incompressible fluid flows*, Num. Heat Transfer, 7, 147-163, 1984.

- [39] R. Bennacer, *Convection naturelle thermosolutale: simulation numérique des transferts et des structures d'écoulement*, Thèse de Doctorat, Université Paris 6, 1993.
- [40] G. De Vahl Davis, *Natural convection of air in square cavity: a benchmark numerical solution*, Int. J. Num. Meth. Fluids, 3, 249-264, 1983.
- [41] A. A. Mohamed, R. Bennacer, *Double Diffusion, Natural Convection in a Three-Dimensional Enclosure Filled with Saturated Porous Medium submitted to cross Gradients*, International J. of Heat and Mass Transfert, 2002
- [42] L. Kalla, P. Vasseur, R. Bennacer, H Beji and R Duval, *Double Diffusive Convection Within A Horizontal Porous Layer Salted From The Bottom And Heated Horizontally*, International Communications in Heat and Mass Transfer, Vol. 28, 2001, 1-10