

Influence des Conditions d'Entrée Variables sur le Transfert de Chaleur non-Stationnaire dans une Conduite Cylindrique

Abdeslam Omara ⁽¹⁾ et Said Abboudi ⁽²⁾

(1) Ecole Normale Supérieure d'Enseignement Technique B. P 26, Skikda 21000, Algérie

(2) Lab. LERMPS, Equipe d'accueil N° 1701 Institut Polytechnique de Sévenans 90010, Belfort Cedex, France

(Accepté le 27.09.98)

Résumé — Cette étude numérique concerne la théorie du transport de chaleur laminaire non-stationnaire dans une conduite cylindrique soumise à des conditions thermiques d'entrée périodiques. Le régime transitoire est provoqué par une condition de flux ou par une condition de température d'entrée de type harmonique. Le profil de vitesse est supposé parabolique et indépendant du temps. Les propriétés thermodynamiques du fluide et de la paroi sont constantes, la résistance thermique de la paroi est négligeable et le couplage paroi - fluide est réalisé à l'aide d'un bilan d'énergie incluant le taux d'énergie transférée par conduction par le fluide et le terme d'énergie interne de la paroi. On étudie les différents termes du bilan énergétique du système dans le cas d'une perturbation de type échelon de flux. Nous avons constaté que le régime transitoire est en partie conditionné par le terme d'énergie interne du fluide. Dans le cas d'une condition de flux de type harmonique, nous avons étudié la fonction de transfert du fluide en fonction du nombre de Reynolds. Pour une température d'entrée périodique, nous avons étudié l'influence du paramètre b^* (taux de l'énergie stockée dans la paroi au flux transféré par conduction à travers la veine fluide de la paroi au fluide et inversement) et des pertes convectives sur l'évolution spatio-temporelle de la température de la paroi, de la température moyenne du fluide et du nombre de Nusselt local. L'étude numérique présentée nous a permis de conclure que pour les valeurs élevées de b^* et de Nu_e (nombre de Nusselt extérieur), le nombre de Nusselt local obtenu est en bon accord avec le nombre de Nusselt local et stationnaire correspondant à une paroi à température constante et uniforme. Un tel modèle est valable dans une large gamme des valeurs de b^* et Nu_e .

Abstract — This numeric study deals with the theory of unsteady heat transfer in a cylindrical duct subject to a periodically varying inlet thermal conditions. A hydrodynamically developed laminar flow is considered, the velocity profile is parabolic and independent of the time. The physical properties of the fluid and the wall are constant, the thermal resistance of the wall is negligible and the wall temperature is dynamically determined by a balance of the heat transfer rate and the energy storage at the wall. The transient regime is induced by a condition of either harmonic type heat flux or harmonic type entrance temperature. One studies the different terms of the energy balance of the system when the wall is subjected to a step change in heat flux. We found that transient regime, is in part conditioned by the fluid internal energy term. In the case of a harmonic type heat flux, we studied the transfer function of the fluid as function of Reynolds number. For a periodic inlet temperature, we studied the effect of the parameter b^* (the ratio of rate of the energy stored on the wall to the heat transferred by conduction across the fluid to or from the wall) and the outside heat transfer coefficient on the spatial and temporal variations of the wall temperature, the bulk temperature of the fluid and the local Nusselt number. It was found that for large values of b^* and of the outside heat transfer coefficient, the determined local Nusselt number is in good agreement with the local and stationary Nusselt number corresponding to a wall with a constant and uniform temperature. Such model is valid for a large range of values of b^* and of the outside heat transfer coefficient.

Mots Clés: Régime transitoire - Convection forcée - Flux de chaleur - Fonction de transfert - Coefficient d'échange - Température adimensionnelle - Nombre de Nusselt local - Nombre de Nusselt extérieur.

1. INTRODUCTION

L'étude du transfert de chaleur en régime transitoire dans les conduites parcourues par des écoulements fluides est incitée par de nombreuses applications, notamment les échangeurs de chaleur. Pour la plupart de ces applications, la température de la paroi et le flux de chaleur à l'interface paroi - fluide ne sont pas connus, mais sont déterminés par un bilan de la vitesse de transport de chaleur et de stockage d'énergie. Ainsi, on définit un problème de transfert de chaleur de nature couplée.

Dans l'étude du comportement des échangeurs en régime dynamique, on distingue deux catégories de problèmes selon que les conditions transitoires sont imposées à la paroi ou au niveau du fluide à l'entrée de la conduite [1, 2]. C'est dans ce cadre que se situe notre travail et qui traite le transfert de chaleur non - stationnaire entre une paroi cylindrique supposée mince et un fluide visqueux en écoulement laminaire interne. Notre travail constitue une extension des travaux de Cotta et al. [3] pour l'étude des systèmes énergétiques soumis à une condition de flux ou de température de type harmonique.

2. PRESENTATION DU PROBLEME

Les hypothèses classiques sur le fluide ont été prises en compte à savoir: l'écoulement fluide est monophasique, incompressible, entièrement développé et a des propriétés physiques indépendantes de la température. Le terme de la conduction axiale dans le fluide est supposé négligeable.

La paroi est supposée parfaitement lisse et a des propriétés physiques constantes. Son épaisseur est supposée faible et le couplage paroi - fluide est réalisé à l'aide d'un bilan d'énergie incluant le taux d'énergie transférée par conduction par le fluide et le terme d'énergie interne de la paroi. En se plaçant dans le cadre de ces hypothèses, l'équation du bilan thermique du système et les conditions aux limites adimensionnelles s'écrivent :

1. Equation adimensionnelle du bilan thermique:

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} + (1 - \eta^2) \frac{\partial \theta}{\partial \chi} = \frac{1}{\eta} \frac{\partial \theta}{\partial \eta} \left(\eta \frac{\partial \theta}{\partial \eta} \right) \quad (1)$$

2. Conditions aux limites et initiales adimensionnelles

- flux de chaleur imposé à la paroi :

$$\eta = 0 \quad \frac{\partial \theta}{\partial \eta} = 0 \quad (2)$$

$$\eta = 1 \quad \begin{cases} \frac{\partial \theta}{\partial \eta} = 1 & \text{(flux constant)} \\ \frac{\partial \theta}{\partial \eta} = 1 + \beta \cdot \cos(\varpi \tau) & \text{(flux harmonique)} \end{cases} \quad (3)$$

$$\chi = 0 \quad \theta(\eta, 0, \tau) = 0 \quad (4)$$

avec

$$\begin{cases} \theta = k_f \frac{(T - T_e)}{Q_o e_f} \\ \chi = \frac{z}{e_f P_e} \\ A = 1 \end{cases} \quad (5)$$

- température d'entrée de type harmonique

$$\eta = 0 \quad \frac{\partial \theta}{\partial \eta} = 0 \quad (6)$$

$$\eta = 1 \quad \frac{\partial \theta}{\partial \tau} = -\frac{\varpi}{b^*} \frac{\partial \theta}{\partial \eta} \quad (7)$$

$$\chi = 0 \quad \theta(\eta, 0, \tau) = \cos(\varpi \tau) \quad (8)$$

avec

$$\begin{cases} \theta = \frac{(T - T_o)}{\Delta T_o} \\ \chi = \frac{z}{e_f} \\ A = P_e \end{cases} \quad (9)$$

Dans le cas où on tient compte des pertes par convection avec le milieu ambiant supposé à une température constante et uniforme on aura :

$$\eta = 1 \quad \frac{\partial \theta}{\partial \tau} = \frac{\varpi}{b^*} \frac{\partial \theta}{\partial \eta} + Nu_e \theta_p \quad (10)$$

avec

$$Nu_e = h_f \frac{e_f}{k_f} \quad (11)$$

3. METHODE NUMERIQUE DE RESOLUTION

La résolution du problème repose sur la méthode des différences finies implicite [4]. Les termes de stockage et d'advection sont respectivement discrétisés par un schéma aux différences retardé et de type "upwind". Un schéma aux différences centré implicite est utilisé pour le terme de la conduction radiale. Les calculs ont été effectués avec un maillage à pas uniforme suivant la direction axiale et radiale. Le pas de temps dans le cas d'une perturbation de type harmonique a été ajusté de manière à avoir un nombre suffisant de points sur une période et ce pour permettre une mesure correcte des amplitudes des oscillations.

4. RESULTATS NUMERIQUES ET DISCUSSION

4.1 Condition d'entrée stationnaire

4.1.1 Validation du modèle numérique

La validation du modèle numérique est obtenue, en comparant nos résultats concernant l'évolution transitoire, le long de la conduite du flux de chaleur à l'interface paroi - fluide (Fig. 1), à la suite d'un échelon de température appliqué à la paroi, avec les travaux de Chen et al. [1]. Nous avons constaté un bon accord.

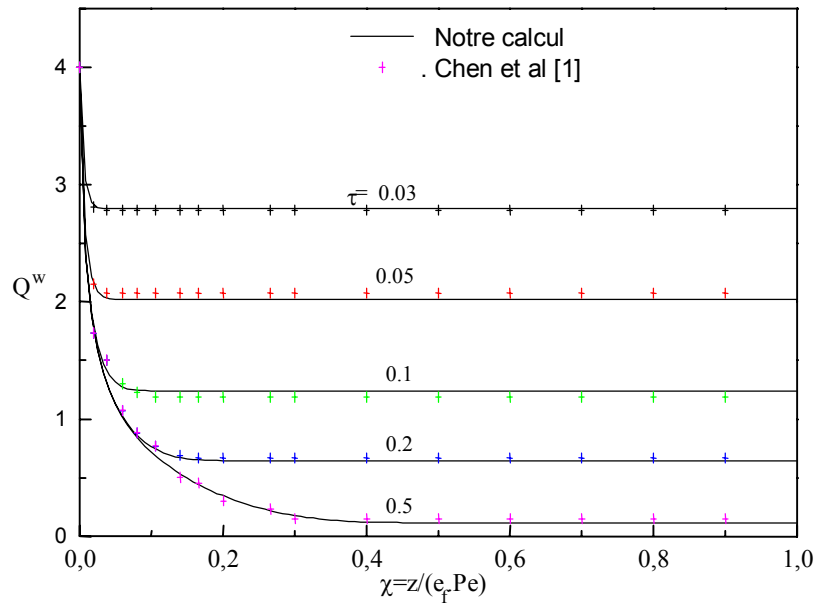


Fig. 1: Evolution le long du conduit du flux à l'interface paroi - fluide
Comparaison avec la bibliographie.

4.1.2 Analyse et contrôle du bilan énergétique du système

Les grandeurs énergétiques qui interviennent directement dans l'analyse du comportement dynamique du système sont l'énergie interne du fluide, la chaleur évacuée par le fluide et le flux de chaleur imposé sur la paroi (voir annexe). En figure 2, nous présentons l'évolution transitoire de ces différents termes sous forme adimensionnelle. On voit que la courbe de l'énergie interne passe par un maximum, alors que celle de l'énergie évacuée est croissante et que le début d'évacuation de l'énergie imposé sur la paroi correspond au maximum de l'énergie interne du fluide. Ceci nous permet de conclure que le régime transitoire du système est en partie, conditionné par le terme d'énergie interne du fluide. En effet, l'analyse en termes du bilan énergétique constitue un moyen de validation du modèle numérique utilisé.

4.2 Conditions d'entrées transitoires

4.2.1 Température d'entrée périodique

Les grandeurs qui nous semblent avoir un intérêt pratique sont la température de la paroi, la température moyenne du fluide et le nombre de Nusselt local. L'exploitation des résultats numériques a montré que ces grandeurs dépendent énormément des paramètres suivants:

- a^* : rapport de la chaleur massique du fluide à celle de la paroi

- ϖ : pulsation adimensionnelle
- b^* : taux d'énergie stockée dans la paroi au flux de chaleur transféré par conduction à travers la veine fluide (de la paroi au fluide ou inversement).

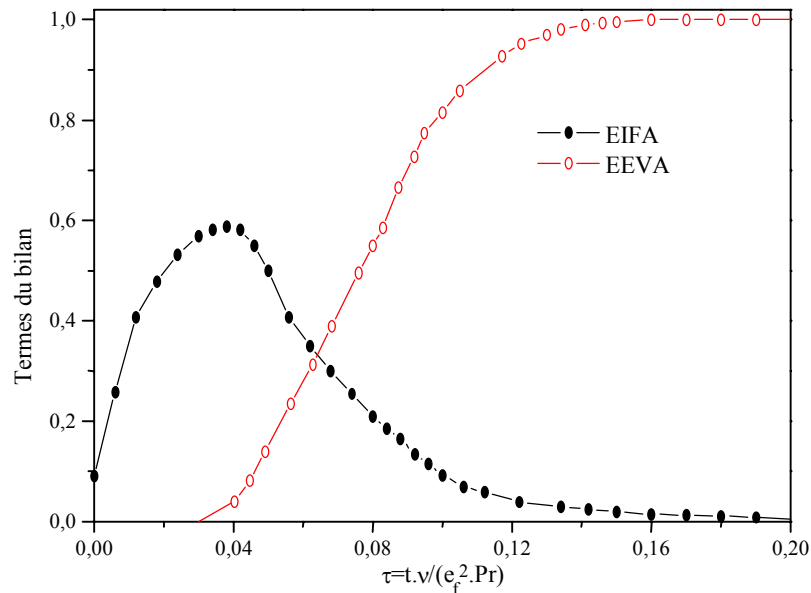


Fig. 2: Evolution en fonction du temps des différents termes du bilan énergétique. $Re = 500$, $Pr = 5$, $\chi = 0.1$.

Les valeurs numériques choisies de b^* sont comprises entre 1 et 100. Ces valeurs ont un intérêt pratique dans les calculs des échangeurs de chaleur [5].

4.2.1.1 Influence du Paramètre b^* sur θ_p

L'évolution spatio-temporelle de θ_p est obtenue, en remplaçant η par la valeur 1 dans l'expression de θ_f . Les résultats numériques concernant la température adimensionnelle de la paroi pour b^* ($b^* = 1, 10, 100$) sont présentés en figures 3, 4a et 4b. Pour ces trois valeurs de b^* , la température pariétale $\theta_p = \frac{T_p - T_o}{\Delta T_o}$ est tracée en fonction du temps pour

différentes positions axiales.

A travers ces figures, on constate que pour une situation physique donnée caractérisée par une valeur de b^* , la température de la paroi θ_p est identique à la température d'entrée du fluide $\theta_f(\eta, 0, f)$ au voisinage de l'entrée de la conduite, tandis que loin de l'entrée son amplitude diminue d'une façon monotone en fonction de la distance axiale. On remarque aussi que θ_p devient constante et uniforme sur une large partie de la conduite pour les valeurs élevées de b^* ($b^* = 10, 100$), alors que pour les faibles valeurs ($b^* = 1$), on constate un déplacement dans le temps du maximum (minimum) des courbes successives, indiquant un déphasage qui augmente en fonction de la distance axiale. Ces deux constatations peuvent être attribuées à la capacité calorifique de la paroi, la fréquence de l'oscillation de la température d'entrée et la conductivité thermique du fluide étant donné que:

$$b^* = \frac{(\rho.c.e_p)p^{\omega.e_f}}{k_f}$$

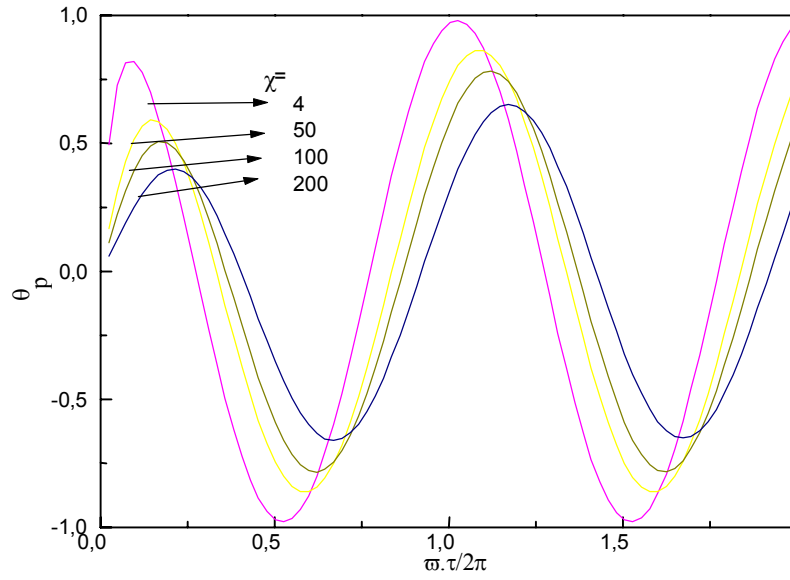


Fig. 3: Evolution spatio-temporelle de θ_p pour $b^*=1$.

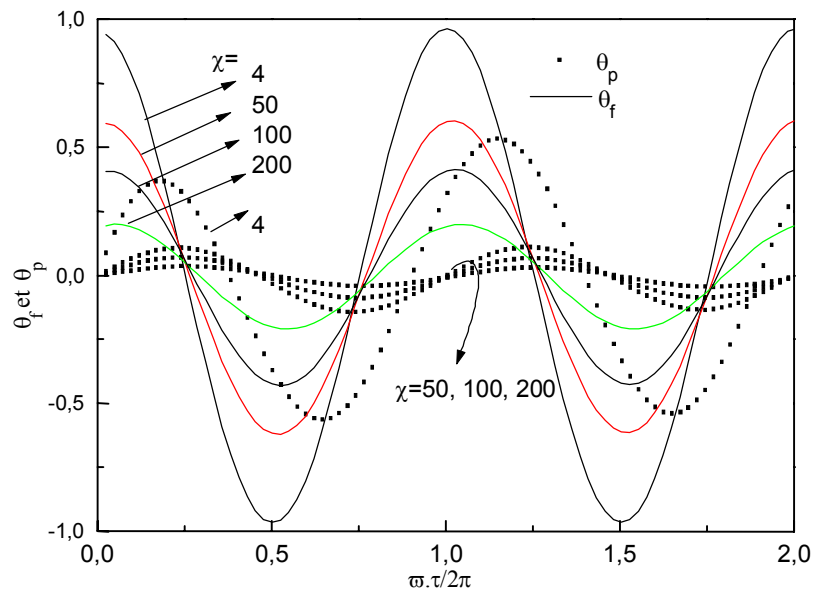


Fig. 4a.: Evolution spatio-temporelle de θ_p et θ_f pour $b^*=10$

En effet les valeurs élevées de b^* correspondent, soit à des faibles conductivités thermiques k_f du fluide. Ce qui entraîne une faible quantité d'énergie transférée du fluide à la paroi et inversement ou à une capacité calorifique de la paroi et une fréquence d'oscillation de la température d'entrée élevées. Ce qui résulte en un effet néfaste sur la propagation de l'oscillation le long de la conduite.

On conclut que la conductivité thermique du fluide, la capacité calorifique de la paroi et la pulsation de l'oscillation jouent un rôle prépondérant dans l'amortissement de l'amplitude de la température de la paroi et l'altération de la phase par rapport aux conditions à l'entrée.

Notons que le cas des valeurs élevées de b^* permet de simuler un modèle supposé à une température de paroi constante et uniforme (simulation valable en première approximation entre $b^*=10$ et 100).

4.2.1.2 Influence de b^* sur θ_f

L'évolution spatio-temporelle de la température moyenne adimensionnelle du fluide $\theta_f(\eta, \chi, f)$ est donnée pour les mêmes valeurs du paramètre b^* que ceux de la température adimensionnelle de la paroi. Les résultats numériques obtenus sont présentés en figures 4a, 4b et 5. Ces derniers comparés à ceux de θ_p montrent que l'atténuation de l'amplitude en fonction de la distance axiale χ est moins rapide et que l'altération de la phase entre les courbes successives de θ_f pour les valeurs élevées de b^* disparaît.

On conclut que l'interaction paroi - fluide influe énormément l'évolution spatio-temporelle de la température moyenne adimensionnelle du fluide.

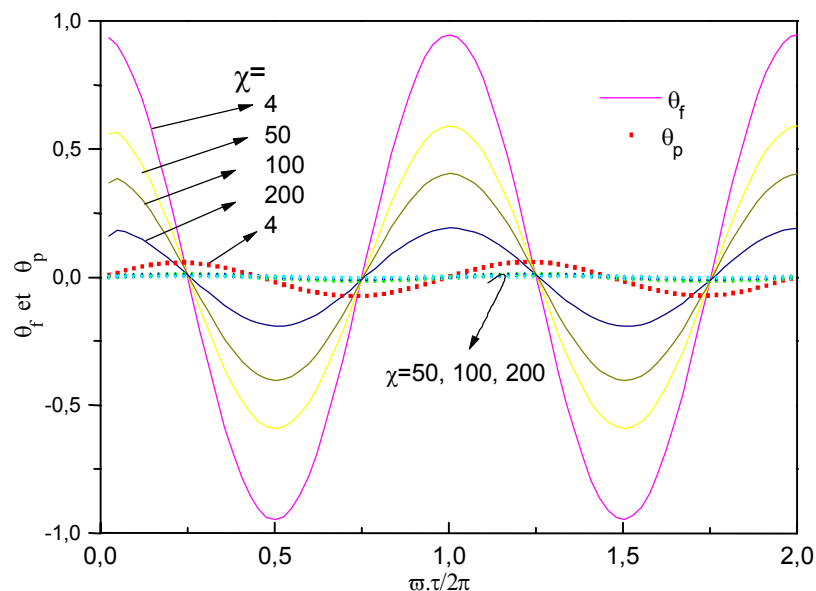


Fig. 4b.: Evolution spatio-temporelle de θ_p et θ_f pour $b^*=100$.

4.2.1.3 Influence de b^* sur le Nombre de Nusselt local

L'évolution périodique du nombre de Nusselt local dans la région d'établissement thermique est présentée en figure 6. Celui-ci est déterminé à partir de l'équation adimensionnelle suivant:

$$Nu(\chi, \tau) = \frac{2}{\theta_f - \theta_p} \left[\frac{\partial \theta}{\partial \eta} \right]_{\eta=1} \quad (12)$$

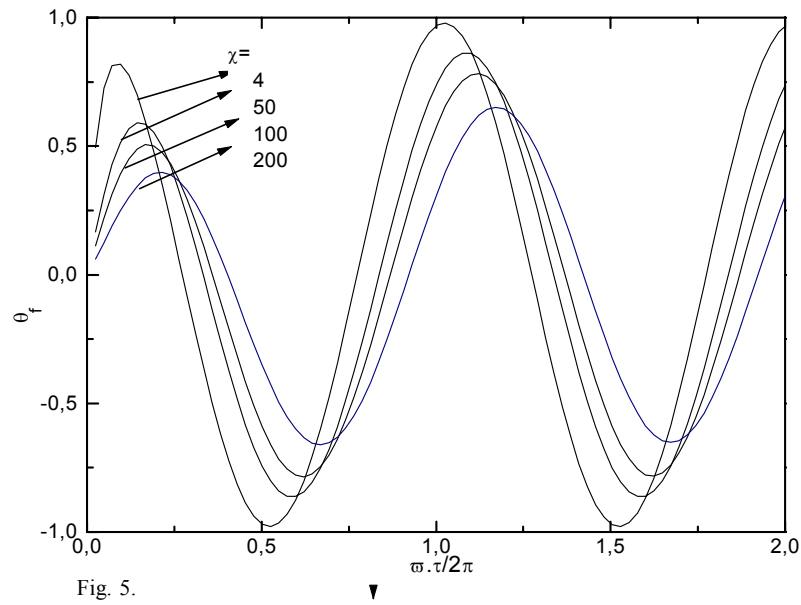


Fig. 5: Evolution spatio-temporelle de θ_f . pour $b^*=1$.

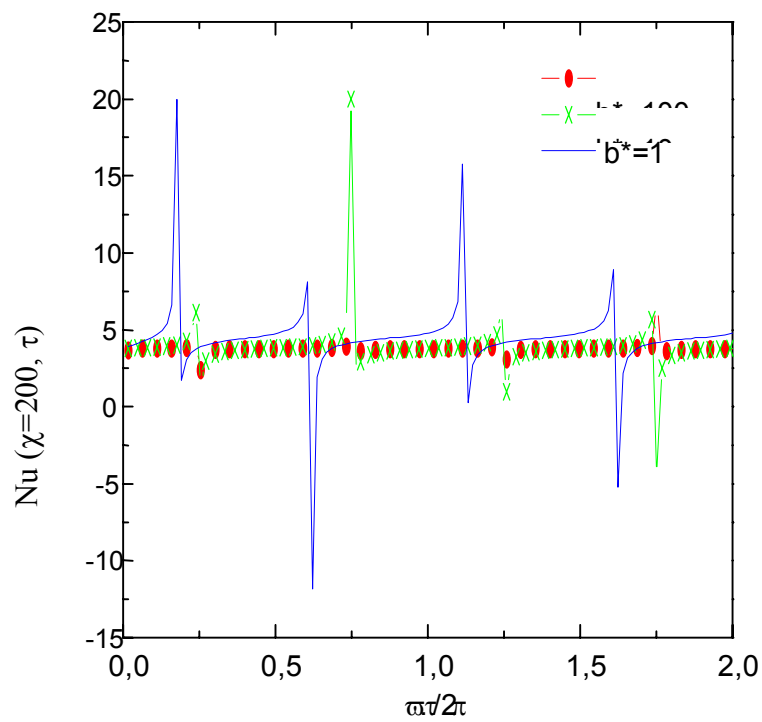


Fig. 6: Evolution périodique du nombre de Nusselt $\chi=200$.
Influence du paramètre b^* .

Nous pouvons constater que pour les valeurs élevées de b^* ($b^* \geq 10$), le nombre de Nusselt s'approche de la valeur standard correspondante à une condition de température imposée à la paroi. Alors que pour les faibles valeurs de b^* , il tend à s'écarter des valeurs correspondantes à une condition de température ou de flux de chaleur imposé à la paroi. Nous remarquons encore que ce dernier présente des discontinuités périodiques et peut prendre des valeurs infinies dans le cas où la température de la paroi est égale à celle du fluide, sans que le flux de chaleur s'annule.

En plus de ces constatations, on remarque que le nombre de Nusselt prend des valeurs positives sur la majorité d'une période, indiquant que le transfert de chaleur se fait globalement du fluide vers la paroi.

4.2.1.4 Influence des pertes par convection sur θ_p et θ_f

Pour mettre en évidence d'une part, l'influence des pertes par convection sur l'évolution spatio-temporelle de θ_p et θ_f et d'autre part, la validation des résultats obtenus précédemment concernant la dépendance de θ_f de l'évolution spatio-temporelle de θ_p , nous avons supposé que le système échange de la chaleur par convection avec le milieu ambiant, supposé à une température ambiante constante et uniforme.

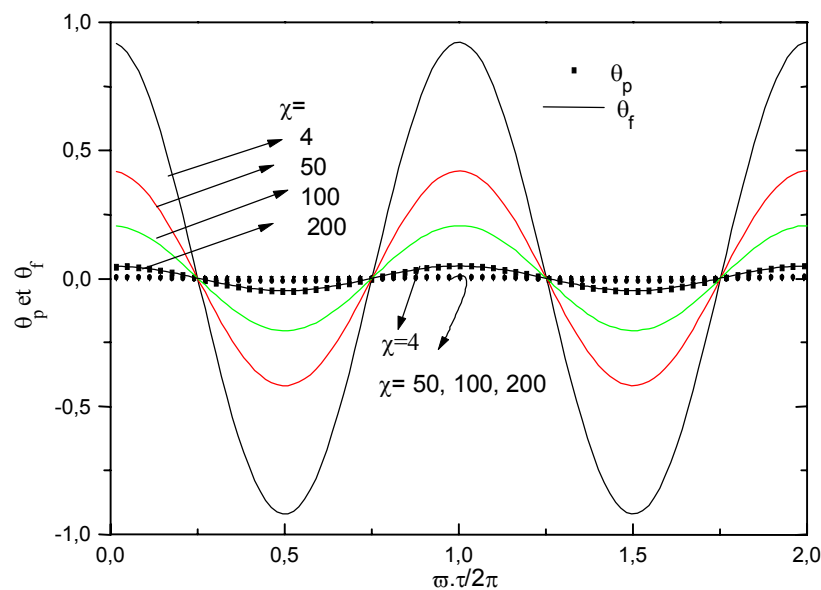


Fig. 7a.: Evolution spatio-temporelle de θ_p et θ_f , pour $Nu_e=100$ et $b^*=1$.

Les résultats numériques obtenus concernant l'évolution spatio-temporelle θ_p et θ_f sont présentés pour une combinaison des valeurs du paramètre b^* ($b^* = 1$ et 100) et des valeurs du nombre de Nusselt extérieur définis par $Nu_e = \frac{h_e e}{k_f}$ ($Nu_e = 0.1$ et 100). Ces valeurs correspondent respectivement à une paroi à capacité calorifique et à des pertes par convection avec le milieu ambiant faibles et élevées.

Les évolutions périodiques de θ_p et θ_f pour différentes positions axiales sont présentées en figures 7a et b, respectivement pour ($Nu_e = 100$, $b^* = 1$) et pour ($Nu_e = 100$, $b^* = 100$) et en figures 8a et b pour ($Nu_e = 0.1$, $b^* = 1$). Nous constatons que pour les valeurs élevées de Nu_e

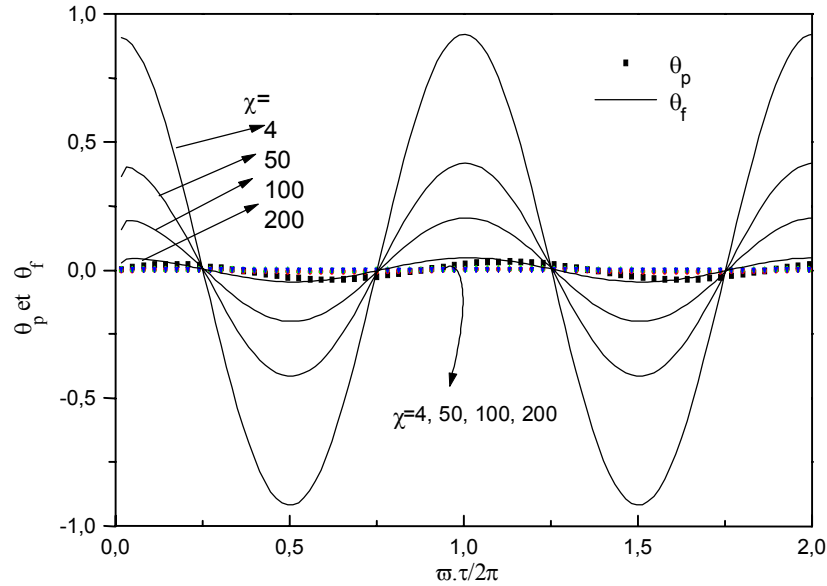


Fig. 7b: Evolution spatio-temporelle de θ_p et θ_f pour $Nu_e=100$, $b^*=100$.

($Nu_e = 100$, Fig. 7a et b), θ_f présente les mêmes caractéristiques que ceux correspondants au cas des valeurs élevées de b^* ($b^* \geq 10$), en l'absence de pertes par convection, concernant l'atténuation de l'amplitude et l'altération de la phase; alors que θ_p reste constante et uniforme

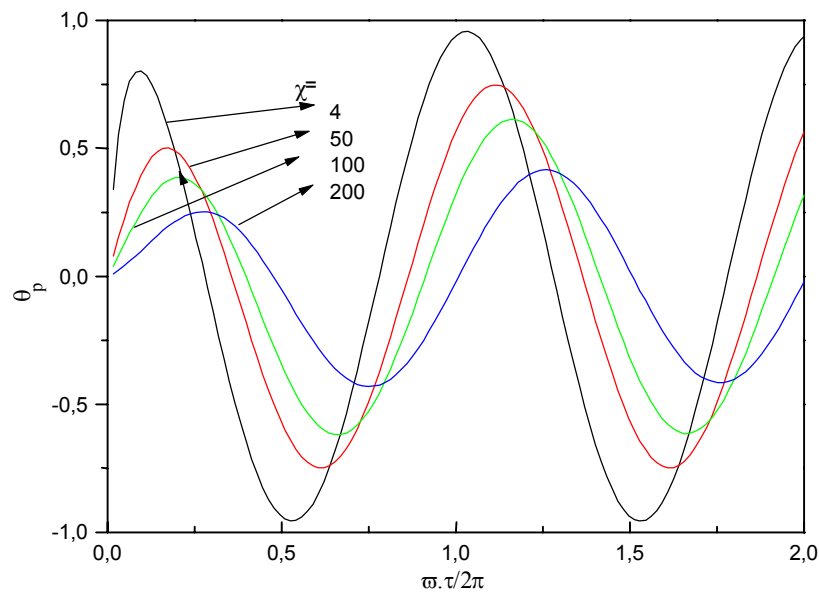
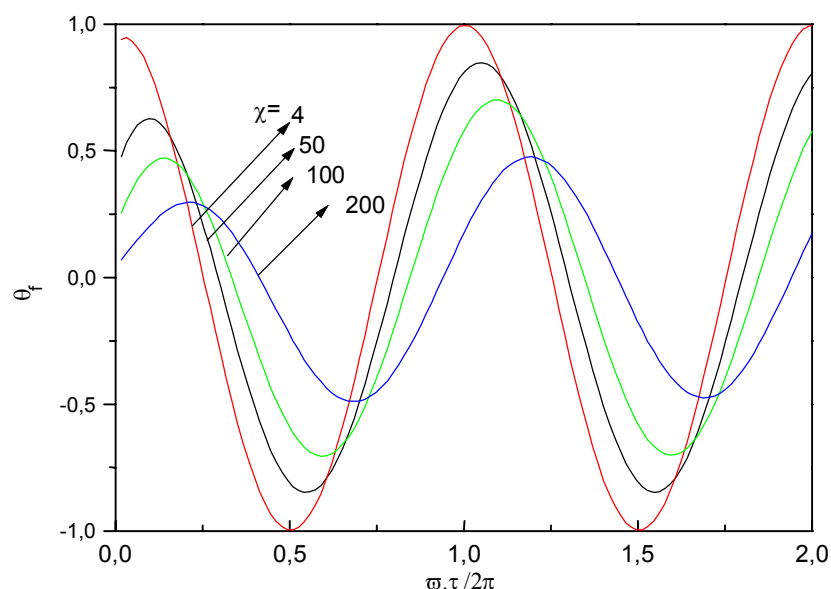


Fig. 8a. Evolution spatio-temporelle de θ_p pour $Nu_e = 0.1$, $b^* = 1$.

quelque soit la position axiale et la valeur de b^* . En revanche, les faibles valeurs de Nu_e ($Nu_e=0.1$, Fig. 8a et b) permettent de retrouver la situation correspondante au cas de faibles valeurs du paramètre b^* discuté précédemment, en l'absence de pertes par convection.

Fig. 8b. Evolution spatio-temporelle de θ_f pour $Nu_e = 0.1$, $b^* = 1$.

On conclut que l'évolution spatio-temporelle de θ_f , dépend fortement de celle de θ_p et que les pertes par convection ont la même influence sur l'altération de la phase et l'atténuation de l'amplitude que celle du paramètre b^* . Ainsi le cas des valeurs élevées de Nu_e , permet de simuler un système supposé à température de paroi constante et uniforme.

4.2.2 Flux de chaleur de type harmonique

Dans le cas d'une condition de flux de chaleur imposée à la paroi de type harmonique, nous nous sommes limités à l'étude de la fonction de transfert du fluide, en fonction du nombre de Reynolds et de la pulsation adimensionnelle. Celle-ci est définie par la relation :

$$F_f = \frac{\Delta T_f}{\Delta Q}$$

$$\text{où} \quad \begin{cases} \Delta T_f = T_f(\text{max}) - T_f(\text{min}) \\ \Delta Q = Q_{\text{max}} - Q_{\text{min}} \end{cases}$$

4.2.2.1-Etude de la fonction de transfert du fluide

En se plaçant dans le cas d'une perturbation de type $Q = Q_0[1 + \beta \cdot \cos(\omega \cdot \tau)]$, nous présentons, en figure 9, l'évolution de la fonction de transfert du fluide F_f , en fonction du

nombre de Reynolds et pour différentes valeurs de la pulsation adimensionnelle ϖ avec $\beta=0.5$. Nous remarquons que F_f passe par un maximum pour des pulsations supérieures à 80 alors qu'elle présente une décroissance rapide pour les faibles valeurs de ϖ et que celle-ci tend vers zéro au fur et à mesure que le nombre de Reynolds et la pulsation augmentent.

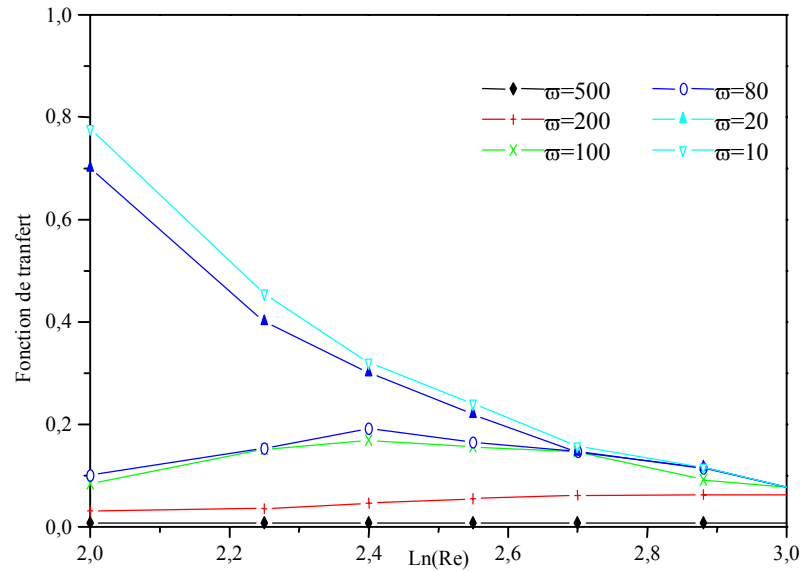


Fig. 9. Evolution de la fonction de transfert du fluide en fonction du nombre de Reynolds. $\varpi=10, 20, 80, 100, 200, 500$ et $Q = Q_0(1 + \beta \cdot \cos(\varpi \cdot \tau))$

5. CONCLUSION

Cette étude numérique nous a permis de tirer les conclusions suivantes:

- pour les valeurs élevées du paramètre b^* ou du nombre de Nusselt extérieur (Nu_e), le système peut être considéré comme étant un échangeur à température de paroi stationnaire et uniforme.
- l'altération de la phase des oscillations de la température moyenne adimensionnelle du fluide par rapport aux conditions à l'entrée dépend de la variation spatio-temporelle de la température adimensionnelle de la paroi.
- pour les valeurs élevées du nombre de Nusselt extérieur ($Nu_e = 100$) et les faibles valeurs de b^* , nous avons constaté la disparition du déphasage entre les courbes successives de la température moyenne adimensionnelle du fluide, contrairement au cas où les pertes par convection sont nulle, alors que la température de la paroi reste nulle quelque soit la valeur de b^* et la position axiale. Ainsi on conclut, qu'aux valeurs élevées du coefficient d'échange extérieur, la température adimensionnelle de la paroi et la température moyenne adimensionnelle du fluide sont indépendantes du paramètre b^* .

NOMENCLATURE

t	Temps (s)	T	température (K)
ω	Fréquence	ρ	masse volumique
ν	Viscosité cinématique	h	Coefficient d'échange local
z	Coordonnée axiale	r	Coordonnée radiale
c	Chaleur massique de la paroi	c_p	Chaleur du fluide à pression constante
Pe	Nombre de Peclet	Pr	Nombre de Prandtl.
F_f	Fonction de transfert du fluide	k_f	Conductivité thermique du fluide
e_f	Epaisseur du fluide	e_p	Epaisseur de la paroi.
EIF	Energie interne du fluide	EEV	Energie évacuée par le fluide

$$a^* \quad \text{Rapport de la chaleur massique du fluide à celle de la paroi, } a^* = \frac{(\rho \cdot c_p e)_f}{(\rho \cdot c_p e)_p}$$

$$b^* \quad \text{Grandeur définie par } b^* = \frac{\varpi}{a^*}$$

$$D_h \quad \text{Diamètre hydraulique } (D_h = 2e_f)$$

$$EIFA \quad \text{Energie interne adimensionnelle du fluide } (EIFA = \frac{EIF}{Q_0})$$

$$EEVA \quad \text{Energie adimensionnelle évacuée par le fluide } (EEVA = \frac{EEV}{Q_0})$$

$$Nu_e \quad \text{Nombre de Nusselt extérieur } Nu_e = h_f \frac{e_f}{k_f}$$

$$, Nu \quad \text{Nombre de Nusselt local } Nu(\chi, \tau) = \frac{2}{\theta_f - \theta_p} \left[\frac{\partial \theta}{\partial \eta} \right]_{\eta=1}$$

$$Q_0 \quad \text{Flux de chaleur imposé à la paroi (W/m}^2\text{)}.$$

$$Q_w \quad \text{Flux de chaleur à l'interface paroi-fluide (W/m}^2\text{)}.$$

$$\theta_p \quad \text{Température moyenne adimensionnelle du fluide}$$

$$\theta_f \quad \text{Température adimensionnelle de la paroi}$$

$$\tau \quad \text{Temps adimensionnel } \tau = \frac{t\nu}{e_f^2 Pr}$$

$$\eta, \varpi, \theta, \chi \quad \text{Grandeurs adimensionnelles} \quad \left\{ \begin{array}{l} \eta = \frac{r}{R} \\ \varpi = \frac{(\rho.c.e)_p . \omega . e_f}{k} \\ \text{pour } \theta \text{ et } \chi \text{ voir eq.5 et eq.9} \end{array} \right.$$

REFERENCES

- [1] S. C. Chen, N. K. Anand and D. R. Tree, “*Analysis of transient laminar convective heat transfer inside a circular duct*”, Trans. ASME 105, 922-924 (1982).
- [2] M. D. Mikhailov and M. N. Ozisik, “*Unified analysis and solutions of heat and mass diffusion*”, Ed. J.Wiley& Sons, New-York (1984).
- [3] R. Cotta, Mikhailov. M and M. N. Ozisik, “*Transient conjugated forced convection in ducts with periodically varying inlet temperature*”. Int. J. Heat Mass Transfer 30, pp.2073-2082 (1987).
- [4] A. K. Runchal, “*Convergence and accuracy of three finite difference schemes for a two-dimensional conduction and convection problem*”, Int. J. for Num. Methods in Engineering 4, 541-550 (1972).
- [5] A. J. Gram and G. W. Kessler, “*New generative air heater*”, Mech. Engng 88, 45 (1945)
- [6] A. Omara and S. Abboudi, “*A numerical approach of laminar heat transfer in cylindrical duct to dice variable thermal conditions*”, ICMCM, Tenth International conference on Mathematical and computer Modeling and Scientific Computing, Boston, U.S.A, 5-8 july (1995).

ANNEXE

1 Expression du bilan énergétique du système

Les grandeurs énergétiques qui interviennent dans le système sont les suivantes:

- L'énergie interne du fluide:

$$EIF = \rho C_p \Delta z \frac{\partial T_f}{\partial t} \quad (A1)$$

- L'énergie évacuée par le fluide:

$$EEV = \rho C_p \Delta z \frac{\Delta T_f}{\Delta z} \quad (A2)$$

- Le flux de chaleur imposé à la paroi:

$$E = Q_o \quad (A3)$$

Le bilan énergétique global du système s'écrit:

$$Q_o = EIF + EEV = \rho C_p \Delta z \frac{\partial T_f}{\partial t} + \rho C_p \Delta z \frac{\Delta T_f}{\Delta z} \quad (A4)$$

2. Présentation adimensionnelle du bilan énergétique global du système:

En substituant les grandeurs adimensionnelles (η , θ , χ), dans l'équation (A4), on obtient:

$$Q_o = Q_o (\Delta \chi . P_e \frac{\partial \theta_f}{\partial \tau} + \frac{P_e}{2} \Delta \theta_f) \quad (A5)$$

$$BEG = \frac{Q_o}{Q_o} = \Delta \chi . P_e \frac{\partial \theta_F}{\partial \tau} + \frac{P_e}{2} \Delta \theta_F = 1 \quad (A6)$$