

Etude de Distribution de Température dans une Pièce Métallique Cylindrique Chauffée par Induction Magnétique

Mohamed Namoune *, Ahmed Hafid Belbachir ** et Mouloud Feliachi ***

*Institut d'Electrotechnique, C.U.Chlef, B.P 151 Chlef, Algérie

**Département de Physique, U.S.T.O, B.P1505 El-M'Naouer, Oran, Algérie.

*** L.R.T.I B.P 406 44402 Saint Nazaire, Nantes, France .

(Accepté le 30.11.98)

Résumé — *Ce travail est l'étude expérimentale de la distribution de la température en fonction du temps pour deux différents matériaux ferromagnétique (Acier) et amagnétique (Aluminium), afin de faciliter la résolution analytique de l'équation différentielle de la densité de courant couplée avec la température pendant le régime de chauffe par induction à une fréquence donnée suivant le traitement du métal à appliquer. On peut en déduire la distribution de température en fonction du rayon de la pièce à chauffer pour ces deux matériaux, et de même de trouver l'évolution de la densité de courant avant et après transition de Curie durant le chauffage pour le cas de l'acier.*

Abstract — *This work presents the experimental study of the distribution of temperature as function of time of two different materials: ferromagnetic (steel), and nonmagnetic (Aluminum), in order to fit the analytic resolution of the differential equation of the current's density, coupled with the temperature during the process of heating by induction with a given frequency according to the metal to applicator. We can subsequently deduce the distribution of temperature in terms of the radius of the load for two materials. We can also find the evolution of the current's density before and after Curie's transition during the heating in the case of steel.*

Mots clés: Chauffage par induction - Transition de curie – Ferromagnétique - Non magnétique - Etude expérimentale - Distribution de température - Densité de courant.

1. INTRODUCTION

Le chauffage par induction magnétique est l'un des principaux procédés de chauffer la matière utilisé dans les nombreuses branches de l'industrie, concernant les applications suivantes: les traitements de surface (brasage ou soudage), et le chauffage à cœur (cisaillement). La méthode utilise la résolution analytique des équations couplées de la densité de courant avec celle de température pour ces deux types de matériaux avec des caractéristiques de l'inducteur (fréquence, tension, et courant de l'alimentation) et de la géométrie de la charge à chauffer imposées.

2. PARTIE EXPERIMENTALE

2.1. Inducteurs et pièce à chauffer

2.1.1. Inducteurs:

Dans tout problème de chauffage, nous cherchons à obtenir un rendement thermique élevé et une répartition correcte de la chaleur dans la pièce à traiter.

L'inducteur est la partie essentielle d'une installation de chauffage par induction. Sa forme et sa position par rapport à la pièce dépendent, dans une certaine mesure, du critère choisi :

- Transfert maximum d'énergie;

- Régularité de la répartition de la chaleur ou, la localisation de la chaleur dans une partie seulement de la pièce;
- Pénétration plus ou moins grande de la chaleur dans le corps de la pièce;
- Durée de l'opération.

Nous avons utilisé pour nos essais, un inducteur à six (6) spires avec une seule couche alimenté à 8 kHz .

2.1.2. Pièce à chauffer

Nous avons utilisé dans nos essais des pièces ferromagnétiques (acier) et des pièces amagnétiques (aluminium).

Ces pièces ont mêmes dimensions :

- longueur :100 (mm)
- Diamètre: 70 (mm)

2.2. Générateur de courant

Un alternateur entraîné à 3000 tr/min par un moteur asynchrone triphasé de 36 kW, 60 A [1], a été utilisé pour délivrer à l'inducteur des courants alternatifs sinusoïdaux à 8 kHz, (Fig. 1).

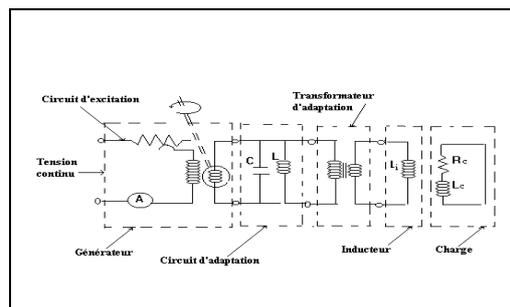


Fig.1: Schéma de dispositif de chauffe

La puissance de sortie de l'alternateur est réglable de façon simple et progressive par action sur le circuit d'excitation. Pour permettre une adaptation correcte de la charge avec l'alternateur, nous avons introduit dans notre montage un circuit électrique d'adaptation. Ce dernier comporte essentiellement une batterie de compensation réactive en parallèle avec des bobines. Ces condensateurs refroidis par circulation d'eau permettent la sélection des valeurs propres de capacité, comprises entre 0.46 et 15.64 μF par intervalle de 0.46 μF . Si la puissance de sortie désirée ne peut pas être obtenue, une nouvelle valeur de capacité est introduite dans le circuit d'adaptation jusqu'à ajustage précis de puissance (Fig.1).

2.3. Transformateur d'adaptation

Pour faciliter l'adaptation de la charge au générateur de courant et pour délivrer à l'inducteur des courants d'intensités élevées, nous avons placé en série avec l'inducteur un transformateur à noyau toroïdal [1], dont les caractéristiques à la fréquence 8 kHz sont les suivantes:

- Tension primaire: 700 (V)
- Tension secondaire : 200 (V)

- Courant secondaire: 2000 (A)

Le bobinage de ce transformateur est réalisé en tube de cuivre refroidi par eau. Un noyau de fer en forme de couronne permet de coupler les enroulements primaires et secondaires.

2.4. Autres appareils utilisés

Les appareils utilisés pour nos tests sont [1]:

- Voltmètre électronique digital type V 541,
- Thermocouple Fe-NiCu,
- Pièces à chauffer (Acier - Aluminium),
- Micro-ordinateur,
- Chronomètre.

2.5. Résultats

L'objectif est, à partir des résultats pratiques, d'établir des lois expérimentales pour comparer la distribution de température dans une pièce métallique en Aluminium par rapport à une autre en Acier, avec un courant identique 500A et une fréquence 8 kHz.

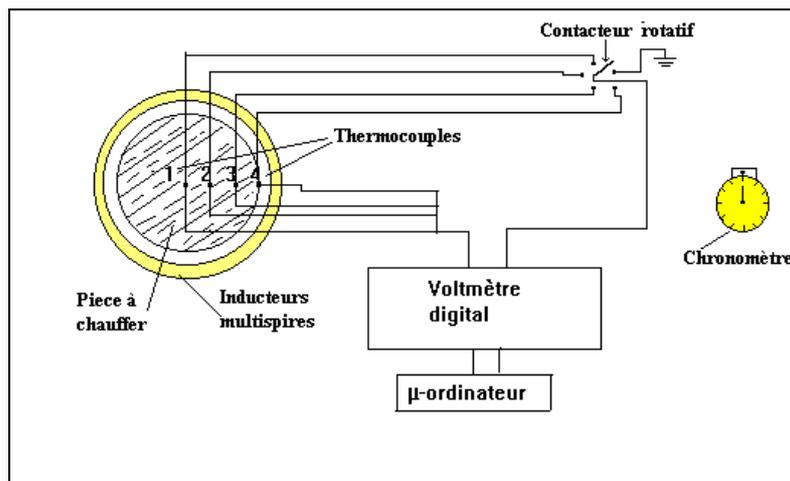


Fig.2: Schéma du dispositif de chauffe de l'ensemble inducteur – charge avec les quatre thermocouples [Fe-NiCu].

En figure 3, on remarque que les courbes de distribution de température dans l'acier ont la forme d'un quart de cycle d'hystérésis entre 20 °C et 800 °C; et à partir du point de curie T_C viennent de se stabiliser légèrement à une certaine température dite d'homogénéisation. Ce phénomène est dû à la perméabilité magnétique du métal considéré, car à partir de ce point critique dit de Curie T_C le métal possède une perméabilité relative $\mu_r = 1$. On dit alors qu'il devient amagnétique, et on voit que tous les thermocouples se trouvent presque à une même température d'homogénéisation désirée.

Pour le matériau amagnétique comme l'aluminium, on voit que la distribution de température en fonction du temps dans les quatre thermocouples se trouvant à la section de la charge est linéaire entre 20 °C et 600 °C. A partir de 600 °C, les quatre thermocouples donnent une température proche de la température d'homogénéisation.

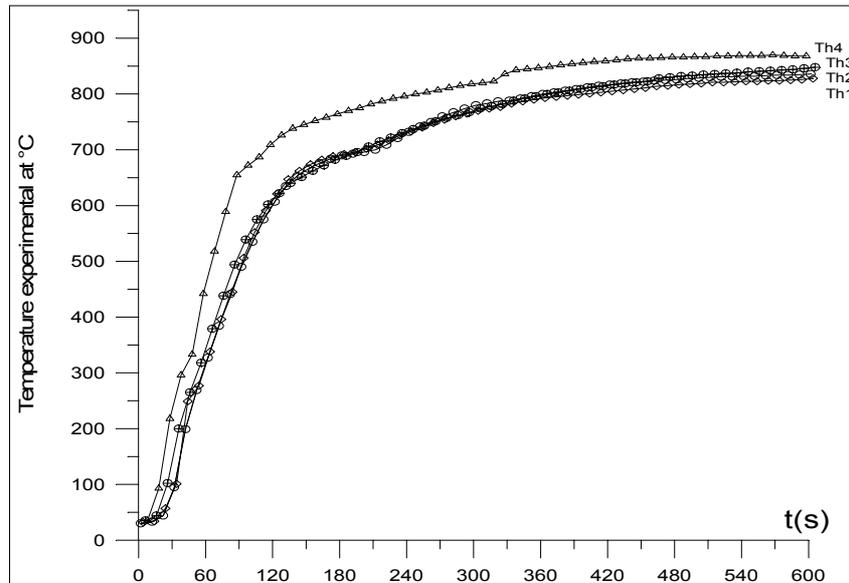


Fig.3: Température mesurée à la section d'une pièce d'acier en fonction du temps avec 8 kHz, $I=500A$, $r_0=35$ mm.

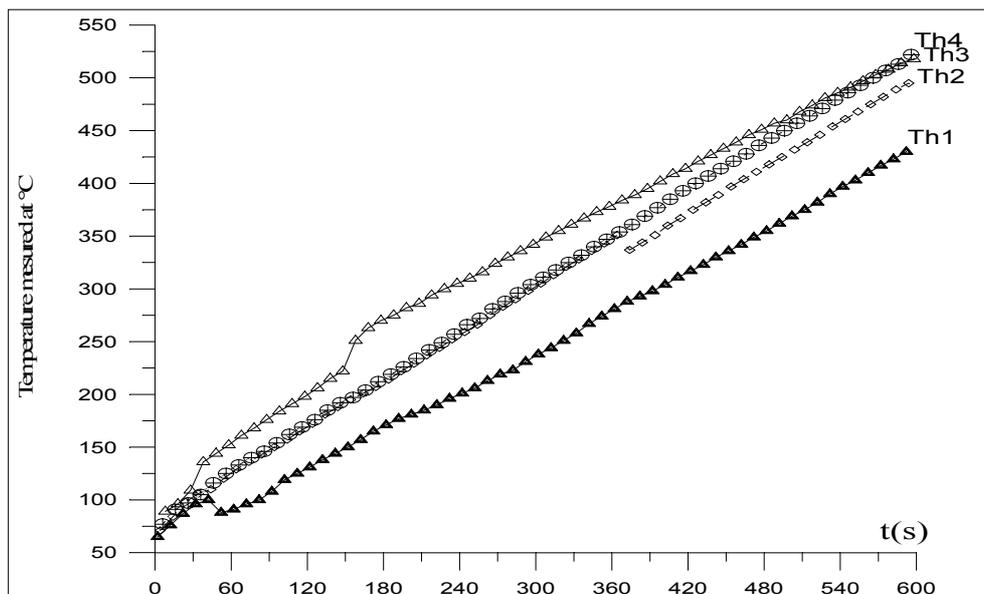


Fig.4: Température mesurée à la section d'une pièce d'aluminium en fonction du temps avec 8 kHz, $I=500A$, $r_0=35$ mm .

3. PROBLEME ELECTROMAGNETIQUE

Considérant une charge cylindrique de perméabilité absolue μ , de résistivité électrique ρ_2 , de rayon r_0 et de hauteur h disposée coaxialement dans un enroulement de chauffage par induction, on suppose que le courant induit I_2 est reparti uniformément sur une couche mince d'épaisseur δ_2 près de la surface latérale de la charge, sa résistance R_2 a donc pour valeur .

$$R_2 = \rho_2 \frac{2\pi r_0}{\delta_2 h} \quad (1)$$

avec

$$\delta_2 = \sqrt{\frac{\rho_2}{\pi \mu f}}, \quad \text{épaisseur de peau dans la charge.}$$

L'analyse de la propagation d'une telle onde se traduit par l'utilisation d'un système de coordonnées cylindriques r, θ, z ; le Laplacien s'écrit :

$$\Delta H = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial H}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 H}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial z^2} \quad (2)$$

Etant donné la symétrie de l'inducteur et de la charge par rapport à l'axe z et la longueur de la charge h_2 importante par rapport à son diamètre d_0 , le vecteur de l'intensité du champ magnétique H est parallèle à l'axe z et les valeurs varient seulement le long du rayon r . L'équation d'onde du champ magnétique est sous la forme suivante [1,2]:

$$\frac{d^2 H_m}{dr^2} + \frac{dH_m}{r dr} - \tau^2 H_m = 0 \quad (3)$$

avec

$$\tau^2 = \frac{\mu \omega i}{\rho} = \frac{2i}{\delta^2} = \frac{2^2 i}{\Delta^2}$$

L'équation (3) est une équation différentielle de Bessel d'ordre zéro. La solution générale de cette équation en notation complexe est donnée [1],[3]:

$$H_m(r) = H_{om} \frac{ber(\tau, r) + ibei(\tau, r)}{ber(\tau, r_0) + ibei(\tau, r_0)} \quad (4)$$

A la surface de la pièce ($r = r_0$), l'équation (4) devient $H_m(r) = H_{om}$

On peut tirer l'expression de la densité de courant induite dans la pièce à chauffer.

$$J_m(r) = H_{om} \tau \frac{J_{b1}(\tau, r)}{J_{bo}(\tau, r_0)} = -J_{om} \frac{ber'(\tau, r) + ibei'(\tau, r)}{ber(\tau, r_0) + ibei(\tau, r_0)} \quad (5)$$

avec

$$\begin{cases} J_{om} = \frac{2H_{om}}{\Delta} \\ \Delta = \sqrt{2}\delta_2 \end{cases}$$

La répartition de la densité de puissance volumique P_v (W/m^3) dans la pièce peut être déterminée, pour $r = r_0$ et $J_{om} = J_m(r_0)$, par la formule suivante:

$$P_v = \rho_2 \frac{|J_{om}|^2 (ber'^2(\tau, r) + bei'^2(\tau, r))}{2(ber'^2(\tau, r_o) + bei'^2(\tau, r_o))} \quad (6)$$

La puissance totale P'_t est donnée par l'intégrale suivante:

$$P'(t) = \rho_2 \int_0^{r_o} \int_0^{2\pi h} \int_0^{\frac{|J_{om}|^2}{2}} r dr dz d\theta = 2\pi r_o \rho_2 h \frac{|J_{om}|^2}{2} \frac{\Delta ber(\tau, r_o) ber'(\tau, r_o) + bei'(\tau, r_o) bei(\tau, r_o)}{(ber'^2(\tau, r_o) + bei'^2(\tau, r_o))} \quad (7)$$

On peut tirer une relation entre P_v (6) et P_s déduite de l'expression (7):

$$P_v = \rho_2 \frac{|J_m(r)|^2}{2} = \frac{2P_s}{\Delta} \frac{(ber'^2(\tau, r_o) + bei'^2(\tau, r_o))}{(ber(\tau, r_o) ber'(\tau, r_o) + bei'(\tau, r_o) bei(\tau, r_o))} \quad (8)$$

4. PROBLEME THERMIQUE

Dans le cas axisymétrique, la température T ne dépend que des seuls variables d'espace r , z et du temps t . L'équation régissant la conduction thermique s'écrit:

$$\frac{\lambda}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial}{\partial r} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial z} \right) = c M_v \frac{\partial T}{\partial t} - P_v \quad (9)$$

Où:

M_v : Masse volumique (kg.m^{-3})

c : Chaleur spécifique ($\text{J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$)

λ : Conductibilité thermique dépendant de T (W.m.K)

P_v : Densité de puissance dissipée localement (W.m^{-3}).

Les approximations simplificatrices et la considération d'objets infiniment longs montrent que

$$\frac{\partial T}{\partial z} = 0$$

La température T a une dépendance purement radiale, l'équation de la chaleur devient:

$$\frac{\lambda}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial}{\partial r} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial r} \right) = c M_v \frac{\partial T}{\partial t} - P_v$$

5. COUPLAGE MAGNETOTHERMIQUE

Les phénomènes thermiques de conduction et les phénomènes électromagnétiques sont régis par le système d'équations couplées suivant [4]:

$$\frac{d^2 J}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dJ}{dr} + \left(\tau^2 - \frac{1}{r^2} \right) J = \frac{1}{\mu} \frac{d\mu}{dr} \left(\frac{J}{r} + \frac{dJ}{dr} \right) \quad (11)$$

$$\operatorname{div}(\lambda(T)\vec{\nabla}T) = cM_v \frac{\partial T}{\partial t} - \rho(T)|J|^2 \quad (12)$$

En régime permanent et en coordonnées cylindriques, on a:

$$\frac{d^2 J}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dJ}{dr} + \left(\tau^2 - \frac{1}{r^2}\right)J = \frac{1}{\mu} \frac{d\mu}{dr} \left(\frac{J}{r} + \frac{dJ}{dr}\right) \quad (13)$$

$$\frac{d^2 T}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dT}{dr} + \frac{\rho_2}{\lambda} |J|^2 = \frac{cM_v}{\lambda} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (14)$$

5.1. Couplage pour matériaux amagnétiques

Dans le cas des matériaux amagnétiques ou ferromagnétiques après le point de transition de Curie, le système d'équations couplées (13) et (14) s'écrit de la forme suivante:

$$\frac{d^2 J}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dJ}{dr} + \left(\tau^2 - \frac{1}{r^2}\right)J = 0 \quad (15)$$

$$\frac{d^2 T}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dT}{dr} + \frac{\rho_2}{\lambda} |J|^2 = \frac{cM_v}{\lambda} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (16)$$

On va supposer les paramètres ρ , λ , μ sont constants. Le cas idéal se rapporte à un matériau amagnétique comme le bronze, l'aluminium, etc., mais il peut être aussi identique au cas d'un matériau ferromagnétique porté à une température supérieure à celle de Curie T_C , en faisant l'approximation $\rho = \text{Cte}$ et $\lambda = \text{Cte}$.

Par la méthode de Frobenius et avec séparation des termes réels et imaginaires, on tire:

$$J = G_o r \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n (r/\Delta)^{4n}}{(2n+1)!} \left(\frac{1}{2n!} + i \frac{(r/\Delta)^2}{(2n+2)!} \right) \quad (17)$$

D'après les conditions aux limites et la condition initiale, on trouve la constante en module de G_o :

$$G_o = \frac{J_{om}}{\Delta \operatorname{ber}^2(\tau, r_o) + \operatorname{bei}^2(\tau, r_o)} \quad (18)$$

5.2. Distribution de température

Nous avons pu déterminer expérimentalement une distribution de température par la mesure en quatre points sur la section d'une charge cylindrique en aluminium chauffée à une fréquence de 8 kHz. Or, la solution analytique de la distribution de la température pour le cas amagnétique en tenant compte de (17) est:

$$T - T_o = \frac{P_s r_o}{2\lambda} \left[\left(\frac{r}{r_o}\right)^2 - \frac{(ber^2(\tau, r) + bei^2(\tau, r) - 1)}{(\tau_o)F_2(\tau, r_o)} \right] \quad (19)$$

$$T_s - T_o = \frac{P_s r_o}{2\lambda} \left[1 - \frac{(ber^2(\tau, r) + bei^2(\tau, r) - 1)}{(\tau_o)F_2(\tau, r_o)} \right] \quad (20)$$

On a tracé les courbes expérimentales et les courbes théoriques pour les mêmes paramètres de temps de chauffe afin de les comparer.

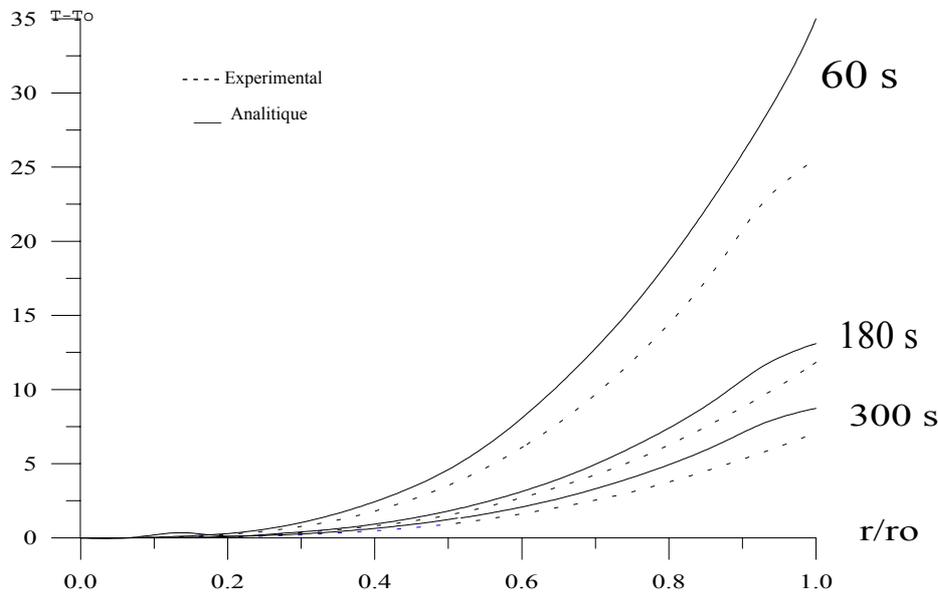


Fig. 5: Distribution de température dans une pièce d'aluminium. en fonction de r/r_0 avec paramètre temps , 8 KHz, $I_i=500A$.

Sur la figure 5, on a représenté la variation de distribution de température ($T - T_0$) en fonction du temps, où T_0 est la température au centre. On remarque que cette distribution tend vers une distribution uniforme avec l'augmentation du temps. On remarque que la forme de ces courbes expérimentales de la distribution de température ($T - T_0$) est parabolique.

La température est maximale à la surface de la charge et diminue au fur et à mesure qu'on s'approche du centre. On remarque que la puissance dissipée dans la charge augmente quand on augmente la fréquence.

On peut dire que cette méthode théorique reste plutôt valable pour un matériau amagnétique quelque soit la valeur arbitraire de l'effet de peau considéré dans une pièce à chauffer.

5.3. Couplage pour matériaux ferromagnétiques

Dans le cas des matériaux ferromagnétiques, avant le point de Curie ($\mu_r \gg 1$), la résolution analytique de ce système d'équations couplées (11) et (12) est complexe. Au lieu de résoudre ce système d'équations, nous avons déterminé expérimentalement la variation de distribution de température de la pièce ferromagnétique (Fig. 6) et utilisé les données expérimentales relatives à la variation de la perméabilité magnétique $\mu(T)$ et à la résistivité électrique $\rho(T)$ en fonction de température mentionnées dans la bibliographie [1,2].

En faisant le lissage par la méthode des moindres carrés, nous obtenons les allures suivantes:

$$\mu_r(T) = \mu_{r_0} (1 + \eta T)$$

et

$$\rho(T) = \rho_0 (1 + \beta T)$$

En posant : $\tau_1^2 = -\frac{i\omega\tau}{\rho} = -i\frac{2^2}{\Delta_1^2}$

Avec

$$\Delta_1^2 = \frac{2\rho(T)}{\mu_0 \pi f \cdot \mu_r(T)} = \frac{2\rho_0}{\mu_0 \pi f \mu_{r_0}} \left[\frac{1 + \beta T}{1 + \eta T} \right] \quad (21)$$

On trouve que le terme $\left[\frac{1 + \beta T}{1 + \eta T} \right]$ est pratiquement indépendant de la température pour $T < T_c$

Δ_1 restera aussi constant pour $T < T_c$. L'équation (11) devient:

$$\frac{d^2 J}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dJ}{dr} + \left(\tau^2 - \frac{1}{r^2} \right) J = \frac{1}{\mu r} \frac{d\mu}{dr} \left(\frac{J}{r} + \frac{dJ}{dr} \right) \quad (22)$$

On remarque que l'équation (22) est une équation différentielle non linéaire. Le second membre de cette équation représente l'effet de la variation de la perméabilité magnétique en fonction de température.

Par la méthode de moindres carrés, l'expression de la distribution de température en fonction de r est la suivante.

$$T(r) = ar^2 + br + c \quad (23)$$

où les coefficients a , b , c sont fonction du temps. Nous avons obtenu pour la perméabilité l'allure suivante:

$$\mu_r(T) = \mu_{r_0} (1 + \eta T(r)) \quad (24)$$

En utilisant l'expression de $T(r)$ dans (24) et combinant cette dernière relation dans l'équation (11), on obtient alors l'équation suivante:

$$\frac{d^2 J}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dJ}{dr} + \left(\tau^2 - \frac{1}{r^2} \right) J = \frac{2Ar + B}{Ar^2 + Br + C} \left(\frac{J}{r} + \frac{dJ}{dr} \right) \quad (25)$$

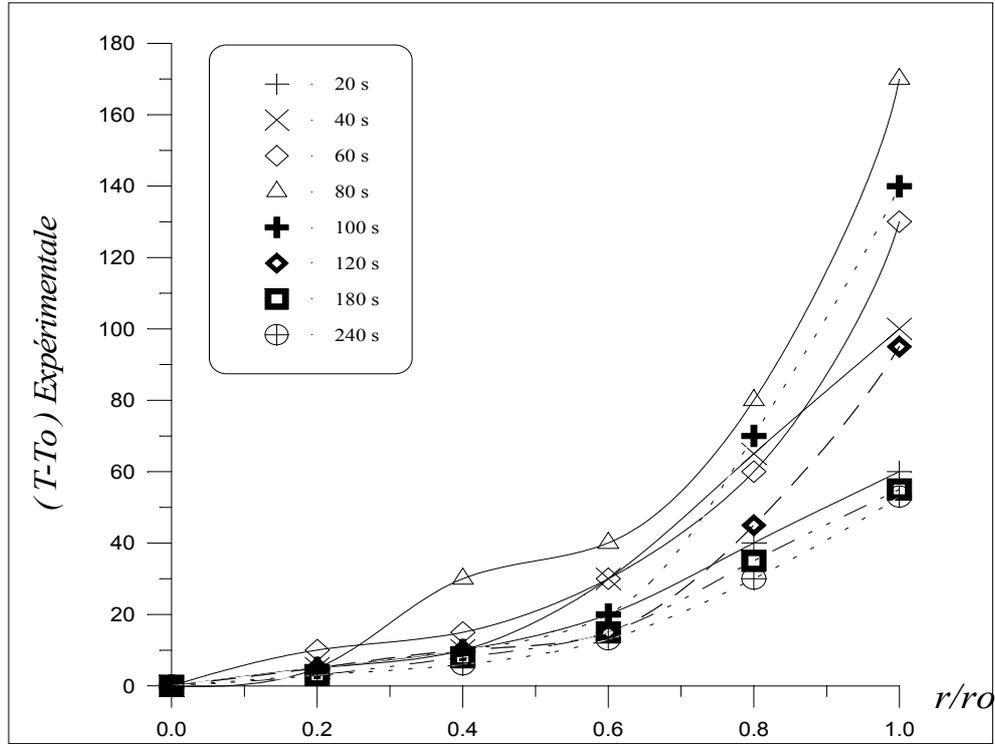


Fig.6: Distribution de température dans une pièce d'acier à 8kHz en fonction de r/r_o , $I_i = 500A$ avec paramètre temps.

Maintenant, on peut résoudre analytiquement l'équation (25) par la méthode de Frobenius citée ci-dessus. Tout calcul fait, on tire la relation suivante:

$$J = J_1 + J_2 = G_o r \left[\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(i)^{k-1} (r/\Delta l)^{2k-2}}{k!(k-1)!} \right] + \left[\sum_{k=1}^{\infty} \frac{\beta_1(k) r^{k+1}}{k(k+2)} + i \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\beta_2(k) r^{k+1}}{k(k+2)} \right] \quad (26)$$

La fonction J est la somme de deux fonctions J_1 qui est indépendante de l'effet de la perméabilité magnétique et J_2 qui contient l'effet de la perméabilité; $\beta_1(k)$ et $\beta_2(k)$ sont fonctions de température.

Nous remarquons que, pour un matériau ferromagnétique, lorsque sa température de chauffe dépasse la température de Curie T_c , la composante de la densité de courant J_2 deviendrait nulle et $J = J_1$:

$$J_1 = G_o r \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n (r/\Delta l)^{4n}}{(2n+1)!} \left[\frac{1}{2n!} + i \frac{(r/\Delta l)^2}{(2n+2)!} \right] \quad (27)$$

A partir de la figure 6, on peut remarquer la surintensité de la densité de la distribution de température peut être visualisée pour des temps $t = 60$ s et $t = 240$ s; montrant l'influence de la perméabilité magnétique du matériau à chauffer. On remarque une augmentation de la variation de température avec l'augmentation du temps de chauffe puis décroît après le temps $t = 100$ s qui correspond au point de transition de Curie.

6. CONCLUSION

Dans la première étape nous avons examiné le cas d'un matériau amagnétique en utilisant la méthode analytique pour la résolution de ce système d'équation, et après couplage on a déterminé la solution de la distribution de température et ensuite de la comparer avec celle déterminée par la méthode expérimentale.

Dans le cas du matériau ferromagnétique, cela n'est pas possible. On doit distinguer deux cas, avant et après Curie. Dans la partie expérimentale, nous avons tiré la distribution de la température de l'acier par exemple, et on a introduit cette dernière dans la perméabilité magnétique qui est fonction de la température, afin de faciliter la résolution analytique de cette équation différentielle non linéaire de la densité de courant avant le point de transition de Curie qui est fonction de l'effet de la perméabilité magnétique.

Remerciements — Nous tenons à remercier Mr. Le Professeur A. KURBIEL pour la partie expérimentale de ce travail à A.G.H., Cracove (Pologne).

REFERENCES

- [1] M.Namoune, " *Etude Magnétothermique d' une pièce Métallique cylindrique chauffée par induction magnétique*" Thèse de Magister, Juin 1994 (USTO).
- [2] D. Delage, R. Ernest, " *Modélisation électrique d'un système de fusion par induction en creuset froid*", R.G.E.(avril 1983).266-271.
- [3] M.Namoune, M. Kamli et A.H. Belbachir, " *Modélisation analytico - Numérique de distribution de température dans une pièce métallique chauffée par induction magnétique*", Conf. Magh. (COMAGEP3), pp.221-224, 10-13 Mai 98, Tamanraset, Algérie.
- [4] M.Namoune, A.H. Belbachir, et M. Feliachi , " *Modélisation magnétothermique d'une pièce métallique cylindrique chauffée par induction magnétique*", Intern. Annuel. Conf. (IEEA'97), 7-9 Déc.1997, Batna, Algérie.
- [5] M.Namoune, A.H. Belbachir et M. Kamli , " *Temperature and Current Density Distribution inside Nonmagnetic and ferromagnetic Cylindrical Billets heated by Electromagnetic Induction*", Bulletin ENSETOran,pp.56-59, Série n°5 Avril 1998, Oran, Algérie.