

Physical description of an isentropic flow in a Laval nozzle

Mokhtar Ghodbane* et Boussad Boumeddane

Department of Mechanics, Faculty of Technology
University Saâd Dahlab, Blida 1, Algeria

(reçu le 20 Janvier 2015 – accepté le 25 Mars 2016)

Abstract - *The convergent-divergent nozzles have many industrial uses such as wind turbine, the blades of turbine engines, aircraft wings and screw propeller. The main objective of this study is to identify and evaluate the physical properties of the compressible flow of an ideal gas in a one-dimensional Laval nozzle in terms of its physical and geometrical parameter. This paper will enable us to identify and determine the causes of right shockwave phenomenon. After simplify of the energy balance equations of gas dynamics, Matlab™ was used as a tool for programming. The numerical method for the resolution is based on the iterative method with an error ($\varepsilon=10^{-5}$). Numerical results were compared to the modeling results of CFD 'Fluent'. The results were satisfactory.*

Résumé - *L'utilisation d'une tuyère convergente-divergente répond à plusieurs besoins à savoir, l'étude des performances des éoliennes, des aubages de turbomachines, des ailes d'avions et des hélices propulsives. Ce travail étudie essentiellement un écoulement compressible pour un gaz parfait dans une tuyère convergente-divergente monodimensionnel en fonction des paramètres physiques et géométriques pour déterminer les causes du phénomène d'onde de choc droite. La simulation numérique de l'écoulement est réalisée à l'aide du logiciel de calcul Matlab™ à partir des équations de la dynamique des gaz. La méthode numérique utilisée pour la résolution est basée sur la méthode itérative avec une erreur $\varepsilon=10^{-5}$. Les résultats numériques ont été comparés aux résultats de la modélisation par CFD 'Fluent'. Les résultats ont été satisfaisants.*

Mots clés: Tuyère de Laval - Ecoulement compressible - Nombre de Mach – Vitesse - Pression.

1. INTRODUCTION

Dans de nombreuses applications, sont employés des dispositifs dont la fonction est de transformer de l'énergie cinétique en énergie interne ou vice-versa, sans échange de travail, tuyères propulsives de turbo réacteurs ou de moteur-fusée, aubages distributeurs de turbines à gaz ou à vapeur, diffuseurs, aubages redresseurs de compresseurs [1, 5]. Mais la vitesse de l'écoulement de fluide dans la tuyère joue un rôle très important dans la dynamique des gaz, soit l'écoulement est subsonique ou supersonique [2-7]. Les écoulements supersoniques sont présents dans de nombreuses applications aéronautiques, militaires, mais aussi civiles.

La plus emblématique reste sans doute aujourd'hui le Concorde qui, à Mach 2.2 [8], voit l'ensemble de ses surfaces extérieures en prise avec un écoulement plus rapide que le son. Les écoulements supersoniques sont également présents dans le secteur spatial [2, 3, 5-7, 9]. Le lanceur Ariane par exemple, rencontre ce régime de vitesse en aérodynamique externe, à peine quelques dizaines de secondes après le décollage lorsque le lanceur, ayant atteint puis dépassé Mach 1, se trouve encore dans l'atmosphère [6]. En aérodynamique interne également, la tuyère d'éjection des gaz de propulsion du moteur cryotechnique principal d'Ariane, Vulcain, est le siège d'un écoulement supersonique.

* Ghmokhtar39seminaire@gmail.com ; b.boussad@gmail.com

En effet, sous l'action de la forme de la tuyère, et après avoir subi une accélération l'amenant d'une vitesse subsonique à une vitesse supersonique, l'écoulement subit ensuite un ralentissement et redevient subsonique [2-5, 7, 10]. Cette décompression s'effectue généralement de manière non isentropique, à travers un choc [3, 5-7, 9]. Les ondes de choc ainsi générées interagissent alors avec les régions turbulentes de l'écoulement.

Ce travail concerne la dynamique des écoulements isentropiques unidimensionnels stationnaires. Ces écoulements jouent un rôle important dans de nombreux problèmes technologiques et en particulier les écoulements de gaz dans les conduits sont très souvent adiabatiques, c'est-à-dire qu'ils s'effectuent sans échange de chaleur.

2. TUYERE CONVERGENTE-DIVERGENTE

Une tuyère composée dont la section diminue jusqu'à une valeur minimale, puis augmente en suite est appelée tuyère convergente-divergente ou tuyère Laval et sa section minimale s'appelle le Col [2, 7, 9]. Carl Gustaf Patrik de Laval (1845-1913), ingénieur et inventeur suédois qui a principalement travaillé à l'amélioration des machines à vapeur pour l'industrie laitière. Il développe une tuyère avec ajutage permettant d'augmenter la vitesse de la vapeur entrant dans la turbine.

2.1 Les tuyères propulsives



Fig. 1: Tuyère propulsive [11]

Ce type de tuyère Laval utilisée pour les moteurs fusés et les moteurs des avions pour produire une force propulsive ou de poussée. Les rôles des tuyères propulsives:

- Assurer le blocage sonique de l'écoulement.
- Eviter les régimes hors adaptation.
- Produire la détente optimale des gaz de combustion.
- Opérer la déviation du jet propulsif.

2.2 Les tuyères à double galbe

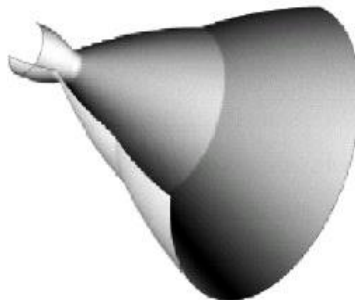


Fig. 2: Tuyère à double galbe [12]

<u>Avantages</u>	<u>Inconvénients</u>
■ Auto-adaptation de l'écoulement ■ Décollement du jet à basse altitude	■ Traînée d'aspiration supplémentaire à basse altitude ■ Charges latérales durant la transition entre les régimes

2.3 Les tuyères à divergent extensible

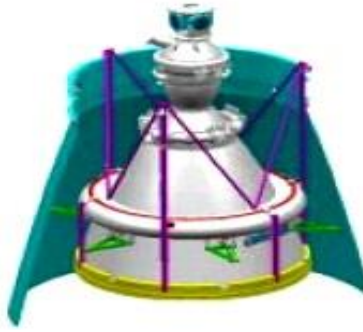


Fig. 3: Tuyère à divergent extensible [13]

<u>Avantages</u>	<u>Inconvénients</u>
■ Encombrement réduit ■ Performances augmentées (1^{er} étage)	■ Pièces mécaniques amovibles ■ Phénomènes aérodynamiques à contrôler en cas de déploiement sur jet

3. MODELISATION MATHÉMATIQUE DU PROBLÈME

On s'intéresse ici à une onde de choc qui est une surface de discontinuité plane perpendiculaire à l'écoulement séparant une région amont désignée par l'indice 1 (repère les paramètres de l'écoulement en amont du choc) d'une région aval d'indice 2 (repère les paramètres de l'écoulement en aval du choc), on suppose que la section du volume de contrôle étudié ne varie pas $A=A_1=A_2$, (on se place dans un domaine proche de l'onde de choc qui est de très faible épaisseur). On a alors les différentes relations suivantes:

La conservation de la masse s'exprime sous la forme [4, 5, 14]

$$\rho_1 \cdot v_1 = \rho_2 \cdot v_2 \quad (1)$$

L'équation de variation de quantité de mouvement entre l'état 1 et l'état 2 est comme suit [4, 5]:

$$p_1 + \rho_1 \cdot v_1^2 = p_2 + \rho_2 \cdot v_2^2 \quad (2)$$

L'équation de conservation de l'énergie est sous la forme [5]:

$$C_p \cdot T_1 + \frac{v_1^2}{2} = C_p \cdot T_2 + \frac{v_2^2}{2} \quad (3)$$

On va pouvoir exprimer les rapports aval/amont des différentes variables uniquement en fonction de M_1 .

$$M_2^2 = \frac{M_1^2 + \frac{2}{\gamma - 1}}{\frac{2\gamma M_1^2}{\gamma - 1}} \quad (4)$$

$$\frac{p_2}{p_1} = 1 + \frac{2\gamma}{\gamma - 1} (M_1^2 - 1) \quad (5)$$

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{V_1}{V_2} = \frac{(\lambda + 1) M_1^2}{2 + (\gamma - 1) M_1^2} \quad (6)$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{2\gamma}{\gamma + 1} M_1^2 - \frac{\gamma - 1}{\gamma + 1} \right) \cdot \left(\frac{\gamma - 1}{\gamma + 1} + \frac{2}{(\gamma + 1) M_1^2} \right) \quad (7)$$

Nous ferons les hypothèses suivantes:

- Fluide parfait ;
- L'écoulement monodimensionnel et stationnaire ;
- les effets visqueux et les effets de conductivité thermique sont négligeables ;
- L'écoulement isentropique en dehors des chocs.

4. RESULTATS ET INTERPRETATION

Le problème étudié est gouverné par le système d'équations linéaire. Le système est traité par le programme en langage Matlab™. Les courbes représentatives des caractéristiques sus citées, sont représentées sur les figures (4-9). On s'intéresse aussi à la comparaison des résultats trouvés avec les résultats de Fluent dans les mêmes conditions.

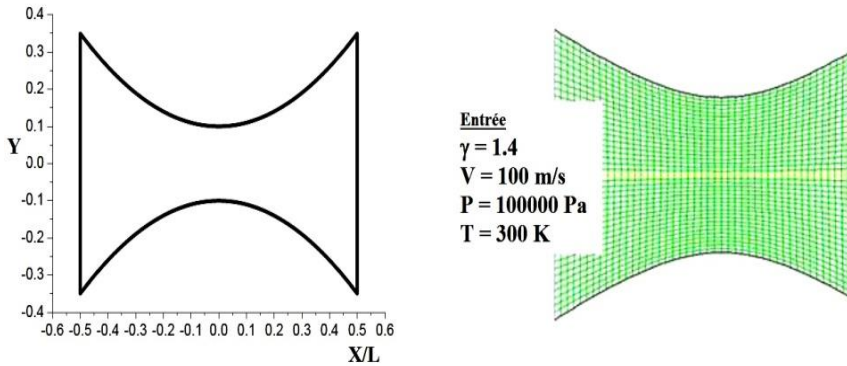


Fig. 4: Géométrie de la tuyère pour $A_c / A_s = 0.49$

L'énergie entraîne une chute de pression et se réalise grâce à une modification appropriée de la section d'écoulement. Un diffuseur est un appareil qui a la fonction contraire (augmentation de la pression en réduisant la vitesse d'écoulement).

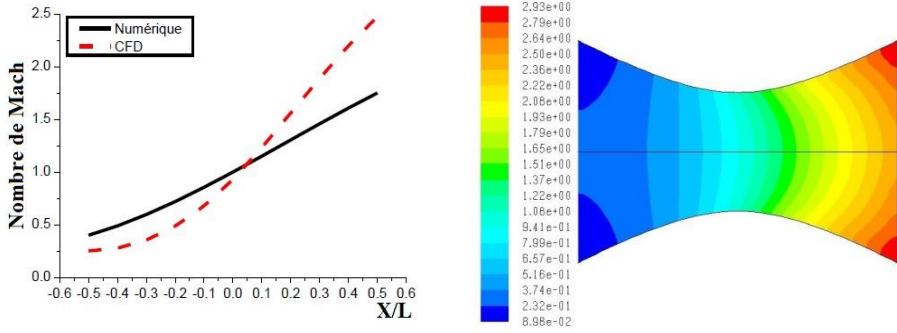


Fig. 5: Variation du nombre de Mach pour $A_c / A_s = 0.49$

‘ dp ’ et ‘ dv ’ sont toujours de signes contraires. Autrement dit, la pression et la vitesse varient dans tous les cas en sens contraires.

- si $m < 1$ (vitesses subsoniques), la vitesse varie en sens inverse de la section $dv > 0$ si $ds < 0$, donc un écoulement subsonique a lieu dans une tuyère convergente.
- si $m > 1$ (vitesses supersoniques), la vitesse varie dans le même sens que la section $dv > 0$ si $ds > 0$, donc un écoulement supersonique a lieu dans une tuyère divergente.

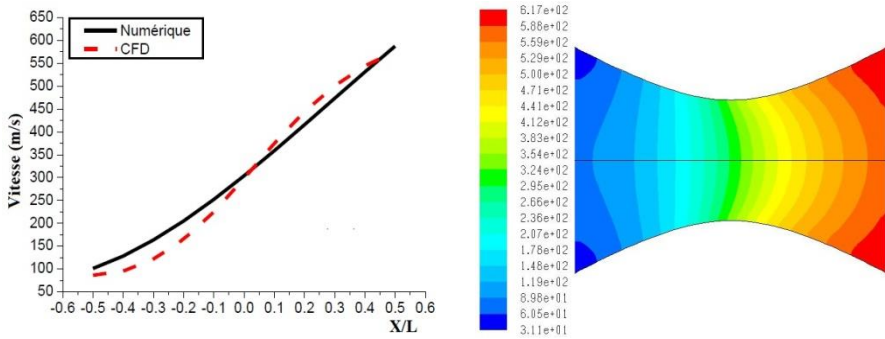


Fig. 6: Variation de la vitesse du son pour $A_c / A_s = 0.49$

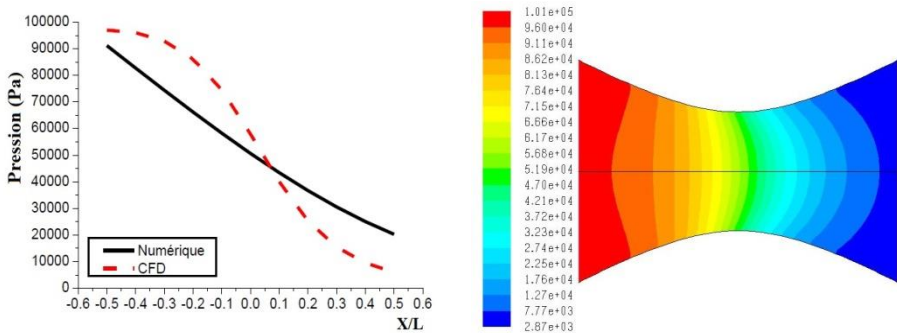


Fig. 7: Variation de la pression pour $A_c / A_s = 0.49$

L'effet de la variation de pression ambiante en sortie de la tuyère sur l'écoulement pour une section du col fixe est, que la pression ambiante est égale à la pression de génératrice, $p_a = p_0$. Dans ce cas, il n'y a pas d'écoulement dans la tuyère, maintenant nous diminuons la pression ambiante, la petite différence de pression ainsi formée engendre un écoulement à faible vitesse dans la tuyère, c'est l'écoulement subsonique.

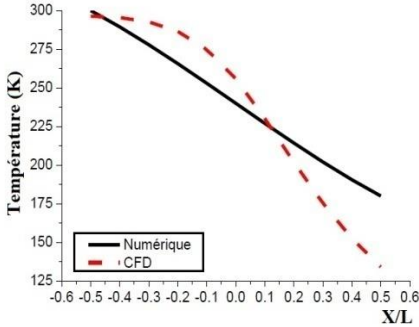


Fig. 8: Variation de la température pour $A_c / A_s = 0.49$

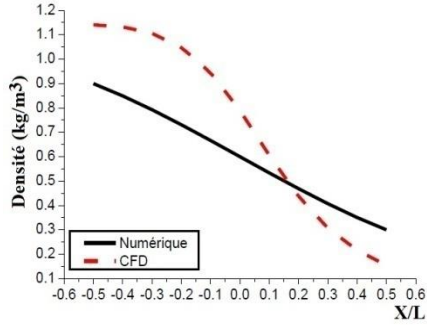


Fig. 9: Variation de la densité pour $A_c / A_s = 0.49$

Lorsque on continue de baisser la pression ambiante, l'écoulement devient supersonique dans le divergent avec une onde de choc droite, se forme dans le divergent de la tuyère. Lorsqu'on réduit encore un peu plus la pression ambiante, le choc se déplace vers la section de sortie; la limite de ce régime est atteinte, lorsque le choc droit se situe dans la section de sortie.

Lorsque la pression ambiante en sortie de la tuyère passe sous la valeur de pression aval d'un choc à la sortie de la tuyère (p_2), on dit que l'écoulement est adapté dans la tuyère. Mais dans cette situation, il y a une onde du choc oblique hors de la tuyère en sortie (écoulement sur-détendu et sous-détendu) comme suit:

- lorsque ($p_a = p_1$) on a un écoulement adapté dans la tuyère et hors de la tuyère.
- lorsque la pression ambiante en sortie de la tuyère est comprise entre la pression aval et amont du choc ($p_1 < p_a < p_2$), on a une détente à la sortie de la tuyère s'appelle écoulement sur-détendu.

Enfin, lorsque la pression ambiante en sortie de la tuyère est inférieure à pression amont du choc ($p_a < p_1$), une détente hors de la tuyère en sortie s'appelle écoulement sous-détendu.

5. CONCLUSION

La tuyère de Laval se caractérise par le rapport de la section de sortie sur la section au col (A_c / A_s), c'est-à-dire la géométrie de la tuyère aussi influe sur l'écoulement de fluide, alors la diminution de la section du col provoque des ondes de choc droites dans le divergent de la tuyère, et aussi une détente hors de la tuyère en sortie. L'écoulement au travers d'une tuyère convergente-divergente sont plus variés que dans une tuyère simplement convergente, puisque la pression ambiante en sortie influe sur les écoulements des fluides dans la tuyère, dont la diminution de la pression ambiante provoque des ondes de choc droites dans le divergent de la tuyère, le choc se déplace vers la section de sortie jusqu'à une détente hors de la tuyère en sortie.

REFERENCES

- [1] R. Ouziaux and J. Perrier, '*Mécanique des Fluides Appliquée*', Tome 2, Fluides Compressibles, Aérodynamiques, Mesures, Dunod, Paris, 1967.
- [2] J. Blazek, '*Computational Fluid Dynamics: Principles and Applications*', 1st Ed: Elsevier, 2001.
- [3] E.L. Houghton and P.W. Carpenter, '*Aerodynamics for Engineering Students*', Butterworth-Heineman, 2003.
- [4] D. John and J. Anderson, '*Numerical Solutions of Quasi- One dimensional Nozzle Flows*', In: *Computational Fluid Dynamics: The Basics with Applications*', McGraw-Hill, Inc., 1995.
- [5] M. Massoud, '*Engineering Thermofluids: Thermodynamics, Fluid Mechanics, and Heat Transfer*', Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2005.
- [6] S. Candel, '*Mécanique de Fluides*', Cours 2^e Cycle Universitaire, Ed. Dunod, Paris, 1995.
- [7] T. Cebeci, J.P. Shao, F. Kafyeke and E. Laurendeau, '*Computational Fluid Dynamics for Engineers*', Horizons Publishing, 2005.
- [8] S. Nadarajah, A. Jameson and J. Alonso, '*Sonic Boom Reduction using an Adjoint Method for Wing-Body Configurations in Supersonic Flow*', presented at 9th Symposium on Multidisciplinary Analysis and Optimization Conference, Atlanta, Georgia, September 4-6th, 2002.
- [9] A. Lallemand, '*Ecoulements Monodimensionnels des Fluides Compressibles*', Institut National des Sciences Appliquées (INSA) de Lyon.
- [10] D. Letouze, '*Cours de Mécanique de fluide – Partie IV, Ecoulements Compressibles de Fluide Parfait, Ondes de Choc*', ICAM2 - Promotion 108, Ed, Année 2006-2007.
- [11] Wikipédia, 'Tuyère', Site web: <http://fr.wikipedia.org/wiki/Tuy%C3%A8re>,
- [12] Wikipédia, 'APTEROS, Tuyère double-galbe',
Site web: <http://www.perseus.fr/Tuyere-double-galbe-117>,
- [13] Wikipédia, 'Le Moteur Vinci, Chronologie Ariane',
Site web: <http://www.capcomespace.net>," 2014.
- [14] P. Bigot, '*Fluides Compressibles*', in C.I.R.A 2.